


BIBLIOTECA NACIONAL
DE CHILE
BIBLIOTECA NACIONAL
984092



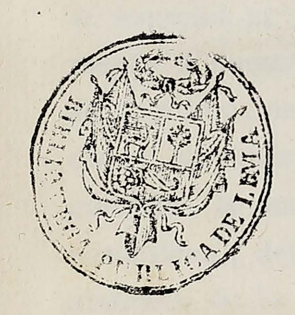
ELEMENTOS
DE MATEMÁTICA.

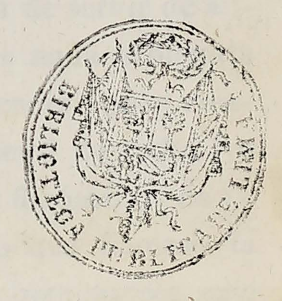
TOMO VI.

ELEMENTOS
DE MATEMÁTICA.

POR D. BENITO BAILS,
Director de Matemáticas de la Real Academia de S. Fernando, Individuo de las Reales Academias Española, de la Historia, y de la de Ciencias naturales, y Artes de Barcelona.

TOMO VI.



MADRID.
Por D. JOACHIN IBARRA, Impresor de Cámara de S. M. y de la Real Academia.

M.DCC.LXXXI.

PRÓLOGO.

Aunque suponemos en los que hicieren empeño de leer ó estudiar toda esta Obra bastante constancia, para que no los fastidie la aridez de algunos puntos tratados en los tres primeros Tomos, ni los desaliente la dificultad, ó la falta de total certeza de otros que ventilamos en el quarto y quinto; sin embargo creemos firmemente que avivará su ardor, despertándoles mas la curiosidad, el asunto que en este tratamos. Reyna por fortuna entre todos los que componen un Curso de Matemáticas tal dependencia, que al mismo tiempo que va creciendo su número, crece tambien el atractivo de sus respectivas materias: como si esta circunstancia de los varios objetos en que se exercita la Matemática Mixta hubiera de servir de alimento á nuestra paciencia. Porque no es nada arbitraria su coordinacion, fúndase en su misma esencia; pues siendo el movimiento la propiedad mas general de todos los cuerpos, la que mas influxo tiene en los fenómenos de la naturaleza, debia tambien ser lo primero que llamase la atencion de la Físico-Matemática. Y si bien parece que á la Dinámica debería seguirse inmediatamente la Astronomía, por reducirse todas las apariencias celestes al movimiento de los astros; no obstante, como por razon de las distancias á que están de nosotros tenemos que observarlos con instrumentos ópticos, es indispensable enterarse

primero de la construccion y usos de estos instrumentos, de las ilusiones á que está expuesta la vista del observador, por no equivocar las apariencias con la realidad, y por consiguiente de las propiedades de la luz, fundamento esencial de quanto importa saber acerca de los instrumentos astronómicos. Todo esto lo enseña la Optica; y aunque son grandes los socorros que suministra á la Astronomía, mas prodigiosos parecen todavia los beneficios que dispensa á otras facultades: con su auxîlio se ha perficionado la Anatomía, ha mudado de semblante la Botánica, y, por cifrarlo todo en una palabra, ha hecho inesperados y maravillosos progresos toda la ciencia de la naturaleza. Pero en medio de tan serias tareas no se ha desdeñado la Optica de idear varias representaciones, que mas tienen de curiosas y divertidas que de útiles; ya para agradecer al hombre los adelantamientos que debe á su aplicacion, ya para que le sirvan de descanso y recreo en los afanes con que los promueve.

Aunque son privativos de la luz los fenómenos que en la Optica consideramos, prescindimos no obstante de su esencia; porque á nosotros no nos importa saber si consiste en corpúsculos emanados del cuerpo luminoso, ó en una materia difundida en todas partes, bien que de increible sutileza, impelida del cuerpo luminoso ácia todas las direcciones. Lo cierto es, que, sea lo que fuere de estas dos opiniones, cuyas pruebas dexamos para la porfia ó temeridad de Físicos inquietos y atrevidos, la luz es un

un cuerpo que hiere con indecible presteza el órgano de la vista, del mismo modo que si pasara en un instante indivisible á nuestros ojos desde los cuerpos que la arrojan, ó rechazan. Se pueden, pues, considerar los rayos de la luz como otras tantas lineas físicas, cuya consideracion reduce quasi todos los asuntos ópticos á cuestiones de Geometría Pura: este es con efecto el rumbo que seguimos, y siguen todos los escritores de Optica. Su objeto es considerar la luz quando viene en derechura desde los cuerpos á la vista, por lo que se llama *luz directa*; quando, antes de herir nuestros ojos, atraviesa algun cuerpo que la desvia de su primer camino, en cuyo caso se llama *luz refracta*; y últimamente, quando desde los cuerpos que la despiden, no llega, digamoslo así, sino por tablilla, y despues de rechazada por otros, á nuestros sentidos, por cuya circunstancia se llama *luz reflexa* ó *reflectida*. Son por consiguiente tres las partes principales de este tratado: la primera, cuyo nombre propio es *Optica*, bien que tambien se llama así el tratado que las incluye todas tres, considera la luz directa; la segunda, que se dedica á explorar las circunstancias de la luz refracta, se llama *Dióptrica*; y la última, cuyo empeño es aclarar quanto es dable las propiedades de la luz reflexa, es conocida con el nombre de *Catóptrica*.

Siendo, segun se echa de ver, las dificultades de la Optica en menor número, y menos complicadas que las de la Catóptrica y Dióptrica, era natural la diésemos el

primer lugar (*a*), á fin de que sentadas en esta parte algunas proposiciones fundamentales para las demas, pudiéramos empeñarnos con las competentes premisas en tratar lo que nos importaba acerca de la reflexîon y refraccion de la luz. Y constantes, como corresponde, y por la gran cuenta que nos tiene, en seguir el método Matemático, el qual estriba, conforme hemos dicho tantas veces, en atender separadamente á las diferentes propiedades de un mismo cuerpo, ó á las diferentes circunstancias de una misma propiedad, tambien vamos abrazando sucesivamente en este tratado las dificultades sueltas, y por su orden, dexando, como es natural, para las últimas las mas intrincadas. Así en la Catóptrica y Dióptrica vamos manifestando gradualmente las variedades que se reparan en la luz despues de reflectida, ó refringida por una superficie plana, por una ó muchas superficies curvas (*b*); donde se

(*a*) En esta parte enseñamos cómo logró comparar Bouguer, individuo de la Real Academia de las Ciencias de París, la luz de diferentes cuerpos luminosos, averiguar la ley que sigue el menoscabo que padece á medida que se va introduciendo en los cuerpos que atraviesa, y otros puntos nuevos, útiles y curiosos. Lo que Bouguer adelantó se halla en su Obra intitulada: *Traité d'Optique sur la Gradation de la Lumière*, *&c.* Paris 1760. un tomo en 4.

(*b*) En quanto al camino que sigue la luz al pasar sucesivamente por diferentes cuerpos que la quebrantan, es muy digna de leerse la obra de Mr. Lambert, individuo de la Real Academia de Berlin, intitulada: *Les propriétés remarquables de la route de la Lumière dans les airs, et en général par plusieurs milieux refringens sphériques et concentriques, avec la solution des problemes qui y ont du rapport*, *&c.* Haya 1757. un tomito en 8.

Hay

se han de juntar unos con otros sus rayos despues de reflectidos, ó refringidos por uno ó muchos cuerpos de determinada figura; la mayor ó menor confusion y distincion, y demas apariencias que de aquí se han de originar en las imágenes de los objetos estampadas en el órgano de la vista por la luz despues de experimentadas todas estas alteraciones y mudanzas.

Por lo mismo que el fin de las especulaciones ópticas es el auxîlio de nuestra vista, serian muy dificultosas de entender y aplicar para el que no tuviese puntual conocimiento de este órgano. Damos, pues, la descripcion de su admirable estructura, manifestando la naturaleza, colocacion, y destino de las partes que le componen, y forman, mediante la diferente virtud refringente de que algunas de ellas son de intento dotadas, todo el mecanismo de la vision. Porque entre la parte anterior del ojo, que es una membrana ó túnica transparente á manera de arco de círculo, que todos reparamos, y la parte posterior arrimada al craneo, hay, entre otros, tres cuerpos diáfanos ó transparentes, que son el humor aqüeo, el cristalino y el humor vitreo, de tal naturaleza, figura, y tan bien entendi-

Hay tambien del mismo autor un tratado sumamente curioso sobre el resplandor de la luz, su densidad, la fuerza con que alumbra, sus accidentes en los colores y la sombra, los aumentos ó menoscabos que padece en qualesquiera casos. Es un tomito en 8. con este título: *J.H. Lambert, &c. Photometria, sive de mensurâ et gradibus luminis, colorum et umbræ.* Ausburgo 1760.

dida colocacion, que, como no esté enfermo el órgano, todos los rayos que saliendo de un mismo punto de un objeto entran en los ojos, atravesando primero la túnica transparente, se van á juntar, en virtud de las refracciones que padecen en los tres cuerpos expresados, cabalmente en otro punto de la retina, membrana posterior de este órgano: y comunicando al celebro la impresion hecha en la retina un nervio llamado óptico, que desde ella se le introduce por el craneo, queda consumada la obra portentosa de la vision. Quando por algun vicio de este sentido se juntan los rayos antes de llegar á la retina, ó siguen tal rumbo, que solo se juntarian mas allá de esta túnica, si pudieran penetrarla, tenemos que recurrir á anteojos de vidrios convexôs ó cóncavos, segun sea el vicio del qual adolece la vista. La túnica transparente por donde entran los rayos de luz en los ojos, y el humor aqüeo que se la sigue son de mayor consistencia que el ayre; la del cristalino, que está detras del humor aqüeo, es todavia mayor; pero la del humor vitreo, el qual ocupa todo el espacio que hay desde el cristalino hasta la retina, tiene un medio entre la consistencia de este cuerpo, y la del humor aqüeo.

Sobre ser natural que los cuerpos que la luz atraviesa oblicuamente la tuerzan ó desvien tanto mas de su camino, quanto mas densos sean; enseña tambien la experiencia que quando la luz pasa perpendicularmente, esto es, sin inclinacion alguna desde un cuerpo á otro, prosi-

sigue su camino en el segundo cuerpo sin torcerse, sean ó no ambos cuerpos de igual consistencia; pero que quando entra inclinada desde un cuerpo qualquiera en otro de substancia mas compacta, pongo por caso desde el ayre en el agua, se desvia de su camino de tal modo, que se arrima á una linea que nos figuremos atraviese perpendicularmente la superficie del agua en el punto donde la atraviesa la luz; y que quando pasa, tambien inclinada, desde un cuerpo qualquiera á otro menos denso, por egemplo, desde el cristal al vidrio, el desvio que en su rumbo experimenta la apartará de una linea que en el mismo punto sea perpendicular á la superficie de este último cuerpo.

Figurémonos ahora que entre los muchos rayos de luz que salen de un punto de un objeto que miramos, tres no mas hieran la túnica transparente, de modo que el del medio la hiera en direccion perpendicular sin inclinacion alguna, por manera que cayendo puntualmente en su medio este rayo atravesará todo el globo del ojo por su centro, é irá á parar á la retina sin experimentar refraccion alguna. Como los rayos de la luz van *divergiendo*, quiero decir, se van apartando unos de otros á medida que se alejan del cuerpo de donde salen, los otros dos rayos, compañeros del primero, darán en puntos de la túnica transparente algo distantes de su medio, y la herirán con alguna inclinacion; se torcerán por lo mismo de conformidad que ambos se arrimarán á su centro, porque to-

da linea perpendicular á un arco de círculo va á parar á su centro, ó al radio del medio que por él pasa. Luego los tres rayos despedidos por el punto supuesto del objeto, que se iban separando, se acercan unos á otros en virtud de la refraccion que los de los lados experimentan en la túnica transparente y el humor aqüeo; y como desde este pasan al cristalino, cuerpo todavia mas denso, la refraccion que en él padecen los va aproxîmando aun mas unos á otros. Entran por último en el humor vitreo, cuerpo menos denso que el cristalino, allí se quebrantan otra vez, de suerte que se apartan de la perpendicular al punto por el qual le penetran; y por ser cóncava la superficie del humor vitreo, es tal la direccion de la perpendicular á su superficie, que al apartarse de ella los rayos laterales se arriman todavía mas al del medio, de forma que todos tres van á concurrir puntualísimamente en un punto de la retina, donde dexan estampada la imagen de aquel punto del objeto que los despidió (*c*).

Todo el fin de la Catóptrica y Dióptrica es averiguar el focus ó foco, esto es, el punto de reunion adonde

(*c*) Es esto tan cierto, que si acabado de matar un animal se le saca un ojo, y á este se le quitan despues las túnicas que tiene detras de la retina, sin dañar á esta, colocando este ojo en un agugero hecho en la puerta ventana de un quarto muy cerrado y obscuro, estando la retina del lado de la pieza, se verá como todos los objetos de afuera se pintan, bien que trastornados, en la retina. Sin embargo de pintarse así transformados los objetos en la retina, todos los animales los ven en su situacion natural por la razon que damos en su lugar.

de han de ir á parar ó concurrir los rayos de la luz despues de las reflexîones, ó refracciones que padecen; porque como las imágenes que dexan pintadas de los objetos se estampan en este punto de reunion, llamándose distancia focal el trecho que hay entre él y el cuerpo reflectente, ó refringente, es un punto de gran consecuencia esta determinacion. Deseosos por lo mismo de no omitir medio alguno por donde se pueda alcanzar, enseñamos como se consigue por experiencia, por Geometría y por cálculo: toda esta distincion se merece la importancia del asunto.

Despues de declarado como se llega á esta determinacion, solo falta aplicarla á la construccion de los instrumentos que sirven para aumentar el alcance, ó la perspicacia de nuestra vista, por ser este el paradero de todas las especulaciones ópticas. Y como la imagen del objeto que queremos ver se pinta en el focus del cuerpo reflectente, ó refringente, pende la acertada construccion de todo instrumento óptico de la competente colocacion de sus vidrios, ó espejos, quando lleva muchos, por manera que haya entre sus respectivos focos aquella determinada correspondencia que sola le constituye perfecto. Para lo qual se hace preciso conocer las leyes que siguen la reflexîon y refraccion de la luz; porque averiguada que esté esta ley, será facil señalar adonde irá á parar qualquiera de sus rayos despues de reflectido, ó refringido: importa saber si un rayo que da en una superficie reflectente es rechazado con la misma inclinacion, ú otra distinta de aque-

aquella con que la hiere, ó quanto un rayo despues de introducido en un cuerpo que le quebranta se acerca, ó aleja de la superficie por donde le penetra. Porque como la direccion que sigue la luz es siempre recta, tirando desde el punto donde el rayo da en la superficie del cuerpo que le rechaza ó refringe, una recta inclinada respecto de ella lo que correspondiere á la ley de la reflexíon, ó refraccion, sabrémos si dicho rayo irá á dar en un punto pensado, ó quanto se apartará de él.

A pesar de la conformidad con que se explican sobre este punto los métodos experimental, geométrico y analítico, es sumamente trabajosa la perfecta construccion de los anteojos astronómicos, llamados dióptricos porque se hacen con luz refracta, por razon de dos obstáculos que la contrarestan. Porque como son todas de figura esférica, y de alguna extension las superficies de los vidrios que en ellos se emplean, y consta que de los rayos de luz que dan en dichas superficies no se juntan en un mismo punto sino los que las encuentran muy inmediatos á su exe (*d*), concurriendo los demas rayos en puntos del mismo exe tanto mas apartados del vidrio, quanto mas lejos de dicha linea le encuentran, es preciso pinten todos ellos, despues de refringidos, imágenes de los objetos muy confusas y mal terminadas. Consta igualmente que todo ra-

(*d*) El exe de un vidrio esférico es una linea que pasa por su centro, y por el punto del medio de su superficie.

rayo de luz conforme viene del sol se compone de otros siete de color y refringibilidad diferente, que son el encarnado, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y el violado; quiero decir, que quando un rayo blanco, qual el sol nos le envia, da oblicuamente en la superficie de ciertos cuerpos refringentes, se divide y ensancha en siete rayos cada uno de particular color, apartándose mas ó menos unos que otros de la superficie refringente, ó de una linea que le sea perpendicular, conforme sea la particular refringibilidad de cada uno. Resulta de aquí, que al quebrantarse un rayo de luz en el vidrio de un anteojo astronómico padece alguna resolucion, y los focos de los rayos coloreados en que se resuelve no coinciden en un punto único: hay por consiguiente inmediatos unos á otros varios focos, cada qual de color distinto, lo que causa una imagen de muchos colores, á manera de arco iris, y por lo mismo muy confusa. Esta última resolucion de la luz la buscó y descubrió á fines del siglo pasado el gran Newton, quien manifestó en la serie de experimentos que la demuestran y publicamos, penetracion tan extraordinaria, tino tan portentoso, que bastaran á hacer su nombre inmortal, aun quando no nos hubiese dexado otras pruebas de su admirable ingenio.

De estas dos resoluciones, ó *aberraciones* de la luz (así se llaman); esto es, la que procede de la extension, ó, por mejor decir, de la figura esférica de los vidrios, y llamamos *aberracion de esfericidad*, y la que se origina

de

de la diferente refringibilidad de los rayos simples, segun varía su color, la última es la que mas ha atrasado la Optica práctica, ó la perfeccion de los anteojos dióptricos. Esta aberracion es la que mas ha fatigado y fatiga á los ópticos especulativos de unos quarenta años á esta parte; y mediante lo que acerca de ella han adelantado, tienen ya hoy dia dichos instrumentos un grado de perfeccion al qual los mayores Matemáticos del último siglo, aun los mas afortunados en promover los varios ramos de la Optica, desconfiaron de que pudieran llegar jamas; construyéndose de algunos años acá anteojos astronómicos muy celebrados con nombre de *acromáticos*, esto es, sin los iris que hacian tan confusas las imágenes de los objetos que con su auxîlio deseaba la vista alcanzar.

Ya estarán impacientes nuestros lectores por saber de qué repuestos hemos sacado, para incluirlos en este tratado, todos los puntos expresados, y otros muchos; y algunos acaso se figurarán que no habrá sido poco lo que con este motivo se nos habrá ofrecido registrar. No permite nuestra franqueza dexemos en el error á los hombres que nos hicieren tanta merced; no necesitamos de artificios ni engaños para hacernos algun lugar entre las personas que aprecian á los Escritores por su buena intencion, ya que no puedan calificar de excelentes sus escritos. Conocemos, desafiando al mas malévolo á que dé muestras de lo contrario, que los nuestros no baxan de medianos; algo mas hubieran llegado á ser por razon de los

los materiales que hemos empleado, si al pasar estos por nuestras manos, no hubiesen perdido algunos quilates de su valor. Buen deseo, diligencia, laboriosidad, estos y no otros son los títulos en que fundamos las esperanzas que nos alientan de que sean admitidos con alguna indulgencia estos Elementos. Donde lo mucho que hay en otras partes falta todo, no se necesita quien invente, sino quien traiga y aproveche. El don de la invencion está escasamente repartido; y en tales circunstancias puede hallarse un escritor, que aspirar á la gloria de inventor seria de su parte temeridad y locura semejante á la de un Ministro, que tocándole abastecer de pan á una Provincia en año de escasez, mas quisiera esperar á que se cogiese en el pais necesitado, que no sacarle de las Provincias inmediatas donde le hubiese con abundancia. Poco ha sido lo que nos ha costado la coordinacion de este tomo, conforme lo manifestará la historia de la obra que para formarle hemos extractado.

Roberto Smith, Catedrático de Astronomía y Filosofia Experimental en la Universidad de Cambridge, particularmente aficionado á la Optica, y enterado de lo mucho que la habian promovido Gregori (*e*), Barrow (*f*), Huyghens (*g*), y sobre todo el inmortal Newton (*h*), for-

(*e*) Jacobi Gregori *Optica promota.*

(*f*) *Isaaci Barrow Lectiones Opticæ.* Cambridge 1674. un tomo en 4.

(*g*) Véase su Dióptrica.

(*h*) *Optice: sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus et coloribus lu-*

mó, y puso por obra el pensamiento de escribir sobre este ramo un tratado de propósito, aprovechando y coordinando quanto hasta su tiempo se habia adelantado. No se ciñó Smith, y en esto no le hemos seguido, á los puntos meramente doctrinales y matemáticos; publicó tambien todos los descubrimientos que se acababan de hacer en el cielo por medio de instrumentos nuevos, ó mejorados; recogió la explicacion de muchos fenómenos de la naturaleza, &c. y logró componer sobre la Optica un tratado de tal extension, que ningun ramo de la Matemática le tenia tan dilatado (*i*). Verdad es, que en estos tiempos ya se echaban menos en él los adelantamientos que habia hecho esta ciencia desde el año de 1738, en que se dió al público; pero todo lo suplió la diligencia de dos Matemáticos Franceses, que se dedicaron pocos años ha, separadamente y sin saberlo uno de otro, á traducirle en su lengua (*k*). Aunque siguieron distintos rumbos los dos tra-

lucis. Libri tres. Authore Isaaco Newton, &c. Londres 1719. un tomo en 8.

Isaaci Newtoni, &c. Lectiones opticæ annis 1669, 70, 71 *in Scholis publicis habitæ, et ex MSS. editæ Londini* 1729. Se hallan en el segundo de los tres tomos en 4. que componen sus opúsculos publicados en Lausana el año de 1744.

(*i*) *A compleat system of Optiks by Robert Smith.* Cambridge 1738, dos tomos en 4.

(*k*) *Traité d'Optique, par M. Smith, traduit de l'Anglois, et considerablement augmenté.* Brest 1767, un tomo en 4. que tiene cerca de 800 páginas. Su autor es Mr. Duval le Roi.

Cours

traductores, ambos hicieron empeño de hermosear su traduccion con los principales descubrimientos que se han hecho en la Optica despues que Smith escribió. La diferencia que sin embargo de esto no podia menos de notarse, sin estrañísima casualidad, en las adiciones de ambos traductores, ha redundado en alivio nuestro; porque entre los dos recopilan lo mas precioso de lo que estaba esparcido en varios escritos modernos, los quales, á no habernos ahorrado su diligencia este trabajo, nos hubiera sido forzoso buscar y registrar. Uno y otro tratan con particular esmero el asunto de los anteojos acromáticos, doctrina toda fundada en una ocurrencia sumamente feliz del célebre Leonardo Euler. Comparando este esclarecido Matemático el órgano de la vista con un anteojo dióptrico, y considerando que las imágenes que en aquel se forman de los objetos no tienen iris alguno, antes son sumamente claras y distintas, pensó que esta perfeccion de nuestra vista no tiene otra causa que la varia virtud refringente de los tres humores que componen el órgano de este sentido, y los rayos de la luz tienen que atravesar antes de llegar á la retina. Discurrió, pues, que si se construyesen anteojos con vidrios de varia potencia refractiva, se conseguiría, enmendando unos la confusion que otros podrian ocasionar, fabricar anteojos sin aquellos iris que los hacian

b 2 tan

Cours complet d'Optique, traduit de l'Anglois de Robert Smith, contenant le Théorie, la Pratique, et les usages de cette science. Par M. Pezenas, ancien Professeur d'Hydrographie à Marseille. Avignon 1767. dos tomos en 4.

tan defectuosos y casi inútiles. Aprovechóse en Inglaterra la ocurrencia de Euler, donde se hicieron anteojos con dos especies de vidrio, llamadas la una *Crownglass*, que es nuestro vidrio comun, y la otra *Flintglass*, parecida á las piedras que acá llamamos de Francia, cuya composicion han ocultado los Ingleses con gran secreto, hasta que averiguó Zeiher, Chîmico de Petersburgo, que el misterioso Flintglass es un compuesto de minio y pedernal: combinando de varios modos el Flintglass con el Crownglass se hacen dias ha anteojos acromáticos bastante perfectos, bien que no llenan todavia cumplidamente los deseos de los Astrónomos. Este es el mayor grado de perfeccion á que ha llegado hasta ahora la Optica, estos los progresos de que es deudora á los ingenios de Inglaterra, Francia, y Alemania, y que ofrecemos á los nuestros en el presente tratado.

ER-

ERRATAS.

Pág.	Lin.	Dice.	Léase.
8	11	4707887 &c.	4707787 &c.
32	15	*g*	*G*.
41	12	*DHS*	*DHs*.
67	9	siendo así	al paso.
67	10	irá	fuere.
73	20	lo qual	los quales.
75	4	el punto *Q*	el punto *q*.
75	18	*F*	*q*.
76	9	*QC* y *Qc*	*QC* y *qc*.
81	29	que junten	y júntense.
94	22	cortemos en *H* la *AB* con la *GE*	como la *EG* corta la *AB* en *H*.
94	19	al rayo *BC*	al radio *BC*.
102	17	estos	otros.
111	18	radio	diámetro.
352	7	cítese á la margen la fig. 390.	
354	ult.	el objeto	el espejo.
372	9	y terminado	y terminada.
384	24	cítese enfrente la fig. 419.	
391	14	*I* y *F*	*I* y *f*.
398	20	*Sf* : : *Ee*	*Sf* : *Ee*.
399	19	*PL* × *MK*	*PL* × *MX*.
403	17	*Tz* = — *Tz*	*TZ* = — *Tz*.
405	13	el ojo	el objeto.
420	6	3.00 *F*	3.00.

Pág.	Lin.	Dice.	Léase.
441	17	abrazan *sns*	componen sus.
444	26	rayos	radios.
446	26	*nn*	*n*.
447	22	*RIS*	*RFS*,
453	22	y en los puntos	y á los puntos.
461	2	$QEqec'$	$QEqe$.
472	ult.	$q+d : d :: nn - 1$ ...	$q+d : d :: n : n-1$.
483	14	aparente	aparentes.
487	16	f', g'	f, g.
488	17	*RQ*	*SQ*.
494	13	del punto *p*	del punto *r*.
503	14	recta *BQb*	recta *QBQ*.
508	11	$-(m'Q+Q')f'f$	$-(m'Q+Q')f'f'$.
509	ult.	$f'f'$	$f.''$
535	6	le supondremos colocado	los supondremos colocados.
535	14	$\frac{R}{b'} = -4,148$ &c.	$\frac{R}{b} = -4,148$ &c.
542	5	igual con *R*	igual con R.
544	22	$AB''B'''q.'$	$A'B''B'''q.'$
559	17	derretido	colado.
562	20	el	al.
592	12	el techo	el piso.
592	13	al techo	en el suelo.
592	15	$a'c'd'$	$d'c'd.'$
592	22	al techo	en el suelo.
593	5	*AB*	*M*.
617	17	*adbc*	*adbe*.

IN-

ÍNDICE

De lo que se contiene en este Tomo.

Del

ELEMENTOS
DE ÓPTICA.

1 TOdos saben que si no fuera por la luz, no habría ningun cuerpo visible en toda la naturaleza. La presencia de algunos cuerpos, de aquellos que llamamos *Cuerpos luminosos*, se nos manifiesta porque arrojan de sí, ó ponen en movimiento una materia que introduciéndose en el órgano de la vista deja allí pintada su imagen. Otros cuerpos, al contrario, nos dejarian en unas tinieblas eternas, si no hubiese mas que ellos en el mundo, y solo se nos hacen perceptibles á la vista porque rechazan ácia ella la luz con que los hieren los cuerpos luminosos. Entre los cuerpos que de suyo no son visibles, algunos cierran enteramente el paso á la luz, y se llaman *Cuerpos opacos*; otros consienten que los atraviese, franqueándola un paso mas ó menos libre, segun ciertas circunstancias, y los llamamos *Cuerpos diáfanos* ó *transparentes*. Pero por lo mismo que los cuerpos opacos rechazan ó reflecten la luz, suelen mudar su primera direccion, y los cuerpos diáfanos tambien la desvían, en muchos casos, del rumbo que seguía, porque al tiempo de atravesarlos esperimenta una resistencia que en algunas ocasiones la obliga á *torcerse*, *quebrantarse*, *refractarse* ó *refringirse*.

2 Son, pues, dos las principales afecciones ó propiedades de la luz, dos por consiguiente los ramos de la

Óptica, ó ciencia cuyo asunto es averiguarlas todas; es á saber, el ramo que trata de la luz refleja ó de la reflexion de la luz, y se llama *Catóptrica*; y el que abraza quanto pertenece á la luz refracta, ó á la refraccion de la luz, cuyo ramo se llama *Dióptrica*.

3 Pero como el blanco de todas las especulaciones de la Óptica es dár auxilios que enmienden los defectos de la vista, dilaten su campo, ó aumenten su perspicacia, para cuyo fin se han inventado muchísimos intrumentos de gran primor; á esto mismo se dirigirá quanto llevamos ánimo de declarar en este Tomo, en el qual trataremos por consiguiente 1.° de la luz directa. 2.° de la luz refleja. 3.° de la luz refracta. 4.° de la vision. 5.° de los instrumentos mas socorridos para mejorarla ó dilatarla; á todo lo qual añadiremos 6.° lo que mas importa saber acerca de la construccion de los instrumentos ópticos, ó unos elementos de Óptica Práctica.

DE LA LUZ DIRECTA.

Fig.

4 La *Luz* es aquella materia que los cuerpos luminosos arrojan de sí, ó ponen en movimiento, y no es otra cosa que un fluido sutilísimo que se mueve ácia todas las direcciones posibles. De qualquiera modo que todo cuerpo luminoso ó iluminado comunique el movimiento á las partículas de la luz, se echa de ver que por razon del impulso simple que las dá, se han de mover en linea recta. Todo cuerpo iluminado ó luminoso se puede considerar como colocado en el centro de una esfera compuesta de corpúsculos luminosos que impele y mueve en las direcciones de los radios de dicha esfera.

5 A estos radios ó hilos de átomos luminosos los llamamos *Rayos de luz*. Ya hemos dado á entender que estos rayos son siempre rectos quando ningun obstáculo los obliga á torcerse. Entre muchos fenómenos que prueban que la luz camina siempre en linea recta, como son la proyeccion de la sombras detras de los cuerpos iluminados, la imposibilidad de ver un cuerpo, ó por lo menos algunas de sus partes, quando se interpone algun obstáculo entre él y el ojo del espectador; traheremos solo el siguiente.

Ciérrense todos los balcones, puertas, ventanas, &c. de un quarto, de modo que no le pueda entrar luz por parte alguna sino por un agugerito hecho á proposito para que entre un rayo de luz. Si el tiempo fuere sereno, se verán

Fig. en las paredes del quarto, que suponemos lisas y blanqueadas, todos los objetos de afuera, que estuvieren enfrente del agugero, pintados con todos sus colores, bien que se reparará algo debilitada su viveza. Las imágenes de los obgetos fijos, como los árboles, las casas, &c. parecerán fijas; las de los obgetos en movimiento, como los hombres, caballos, &c. parecerán en movimiento. Pero todos
1. estos obgetos estarán pintados trastornados, porque al pasar por el agugero se cruzan allí los rayos de la luz. Si diere la luz del sol en el agugero, se reparará un rayo luminoso que irá en linea recta á terminarse en la pared opuesta ó en el techo; y si un hombre que estuviere en el quarto pusiere el ojo en el agugero, verá patentemente que el ojo, el agugero y el sol están en una misma linea recta; lo propio digo de los demás obgetos pintados en el quarto. Las imágenes de los obgetos pintados en un mismo plano son tanto menores, quanto mayor es la distancia á que están del agugero los obgetos. De este esperimento resulta

6 1.° *Que la luz siempre camina ó procura caminar en linea recta.*

7 2.° *Que un punto qualquiera de un obgeto luminoso puede ser visto desde todos los sitios adonde una recta tirada desde dicho punto puede ir á parar sin encontrar obstáculo ninguno.* Porque la pintura de un obgeto que se mueve, es siempre visible en el quarto obscuro ó *cámara obscura*, todo el tiempo que el obgeto se detiene enfrente del agugero.

8 3.° *Que un punto luminoso arroja luz al rededor de sí, y es el centro de una esfera de luz que se difunde ó esparrama indefinitamente por todos lados.* Si concebimos que se interceptan con un plano algunos de estos rayos de luz, será el punto luminoso el vértice de una pirámide de luz, cuyo cuerpo se compone del agregado de dichos rayos interceptados, y cuya base es el plano mismo que los intercepta. Fig.

9 4.° *Que la imagen de la superficie de un obgeto pintado en la pared es tambien la base de una pirámide de luz cuyo vértice está en el agugero de la cámara obscura;* los rayos que componen esta pirámide forman otra semejante y opuesta á la primera, al cruzarse en el agugero donde está tambien su vértice, y cuya base es la superficie del mismo obgeto pintado en la pared del quarto.

10 5.° *Que no pueden menos de ser sumamente sutiles las partículas de la luz;* pues los rayos que vienen de cada uno de los puntos visibles de todos los obgetos puestos enfrente del agugero de la cámara obscura, pasan todos por un agugero sumamente pequeño sin embarazarse sensiblemente, ni confundirse.

11 Por mas rápido que sea el movimiento de la luz, no es posible, ni tampoco lo alcanza la imaginacion, que llegue en un instante indivisible desde el cuerpo luminoso hasta nosotros; necesita por precision algun tiempo para hacer esta travesía. De las dos observaciones que prueban patentemente esta verdad, solo traheremos aquí la que por

 aho-

Fig. ahora se nos hace mas facil de proponer y percibir, dejando la otra para lugar mas oportuno.

Hay entre los planetas uno llamado Júpiter al rededor del qual dán la vuelta, en tiempos diferentes, quatro *satélites* ó lunas que le acompañan continuamente. Así los satélites como el planeta lucen todos de prestado, pues solo resplandecen, porque rechazan la luz con que los baña el sol. Llega uno de estos satélites (y lo propio les sucede á los demás) á tal punto de su giro que, hallándose directamente júpiter entre él y el sol, la sombra que júpiter arroja le hace invisible algun tiempo, y no se le vuelve á ver hasta que sale de la sombra que le tenia oculto. Sucede, pues, que quando la tierra está mas distante de júpiter, la *emersion* del satélite, que es su salida de la sombra, se repara mas tarde de lo que corresponde al cómputo, que quando se halla la tierra á menor distancia del planeta. Esta diferencia solo proviene de que en el primer caso necesita mas tiempo la luz para andar el mayor trecho que hay entonces entre el satélite y la tierra.

2. Supongamos, por egemplo que represente *S* el sol al rededor del qual anda la tierra* en el discurso de un año la curva *ABCEFG*; que *HI* es parte de la curva ú *orbita* que an-

* Aquí doy á entender que sigo la hypótesis ó systema del movimiento de la tierra. En los Elementos de Astronomía daré las razones en que fundo esta preferencia, y las daré con todas las restricciones que basten á asegurar de todo recelo á los lectores escrupulosos, esta Obra, á su Autor, y el systema.

anda júpiter *K* al rededor del sol; y *LMN* la orbita que Fig.
anda al rededor de júpiter el satélite, el qual quando llega á *L*, estando en una misma recta con júpiter y el sol, se halla sepultado en la sombra del planeta. Si la tierra se mantuviera constantemente en *A*, donde suponemos que se halla al tiempo de observarse una de las primeras emersiones del satélite, que suceden despues de haberse hallado la tierra entre el sol y el planeta, todas las demás emersiones se observarían en el mismo instante que tienen computado los Astrónomos. Pero en el intervalo que hay entre esta primera emersion y la siguiente, la tierra pasa á *B*, y se aparta de júpiter la distancia *AA'*. Luego si la luz gasta algun tiempo para pasar de un lugar á otro, llegará mas tarde á *B* que á *A*; bien que la diferencia será muy corta respecto de dos emersiones consecutivas. Pero quando la tierra llegare al punto *C* de su orbita, entonces el cálculo anunciará la emersion mas pronto de lo que se observará, y la diferencia será igual á todo el tiempo que gastáre la luz para andar el intervalo *AC* que es casi igual al diámetro de la orbita terrestre, y esto es cabalmente lo que se observa. Al contrario, quando la tierra llegada á *E* empezará á ver las *inmersiones* del mismo satélite ó su entrada en la sombra, la tierra irá ácia la luz, y la observacion se verificará mas presto de lo que corresponde al cómputo; por manera que quando el espectador terrestre estuviere en *G*, verá la inmersion del satélite antes de lo que esperaba en virtud del cálculo, y la diferencia será igual

al tiempo que necesita la luz para atravesar el intervalo *GE*.

12 Como consta por las observaciones de los Astrónomos que las emersiones del satélite se observan en *A* como unos 16′ antes que en *C*, y es *AC* quasi el diámetro de la orbita de la tierra, se sigue que para andar su mitad, ó el radio de la misma orbita gasta la luz unos 8.′ Luego este mismo será el tiempo que gastará la luz para venir desde el sol á la tierra. Como la distancia á que el sol está de la tierra es de 24000 semidiámetros terrestres, y se le dán á cada uno de estos semidiámetros 19615782 pies, la distancia entre el sol y la tierra será de 470788768000. Ya que la luz anda estos pies en 8′, ha de andar en un segundo 980809933 $\frac{1}{3}$ pies. Esta velocidad es respecto de la de una bala de artillería que anda 600 toesas por segundo, lo que 1634683 es respecto de 1, con corta diferencia.

13 Una vez que por lo dicho (8) el cuerpo luminoso está en el centro de una esfera de luz que se derrama al rededor de él en linea recta, se sigue que los rayos se vàn apartando unos de otros al paso que se alejan del punto de donde salen, quiero decir, que *divergen* ó *son divergentes*. Por consiguiente, estando mas apartados, quanto mas lejos están de su nacimiento, será menor en un mismo espacio la masa de luz quando estuviere dicho espacio á mayor distancia del cuerpo luminoso, y por lo mismo será la luz mas débil. Luego pierde de su fuerza ó *intensidad* la luz al paso que se aparta de su origen.

Para averiguar en qué razon vá menguando la fuerza

de

de la luz, supongamos que sea A el punto luminoso ó *radiante*, y que las DE, HG sean perpendiculares á la recta AB; sobre los diámetros DE, HG trácense círculos cuyos diámetros sean normales á AB, y que por lo mismo serán paralelos entre sí. La misma porcion de luz que ilumina ó llena la area del círculo DE, llena tambien la area del círculo HG; luego la intensidad ó fuerza de la luz en el círculo DE es á la intensidad en el círculo HG recíprocamente como las areas de dichos círculos; esto es :: $(HB)^2 : (DC)^2 :: (BA)^2 : (CA)^2$, por ser BA y CA proporcionales á HB y DC. Luego la *fuerza ó intensidad de la luz mengua en razon inversa duplicada de las distancias al punto radiante, ó la intensidad de la luz sigue la razon inversa de los quadrados de las distancias al cuerpo luminoso.* Fig. 3.

14 Por consiguiente las cantidades de luz que recibe una superficie qualquiera puesta sucesivamente á distancias duplas, triplas, &c. del cuerpo luminoso, no son sino $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$ &c. de la cantidad total que la misma superficie recibia estando á la primera distancia. Y como esta diminucion que padece la luz á medida que se propaga, procede de su divergencia, se echa de ver, que ni esta diminucion, ni la ley que sigue no se verifican quando el punto luminoso está, ó se puede considerar que está á una distancia infinita; porque entonces los rayos que arroja son sensiblemente paralelos, y se *recibe la misma cantidad de luz á qualesquiera distancias.*

15 La ley que, segun acabamos de probar, sigue la

Fig. 3. luz en su diminucion al paso que crece la distancia á que están del cuerpo luminoso los objetos, siendo divergentes sus rayos, solo se verifica quando atraviesa un espacio ó *medio* libre, y no se pierde luz alguna. Quando el medio intercepta y apaga alguna parte de ella, sigue otra ley la diminucion de la intensidad de la luz.

16 Para averignarla, supongamos que sea uniforme la densidad del medio, y consideremos primero el caso en que los rayos son paralelos, á fin de que no padezca la luz mas debilitacion que la que puede ocasionar la densidad del medio que atraviesa. Vamos á probar que en estos supuestos *la luz mengua en progresion geométrica.*

Porque supongamos que la cantidad de partes de dicho medio que interceptan la luz, sea el $\frac{1}{n}$ del volumen total. Si imaginamos dicho medio ó cuerpo diáfano dividido en rebanadas de un grueso igual al diámetro de estas partecillas, se echa de ver que si m representa la cantidad ó el número de rayos que dán en la primera rebanada, $m \times \frac{n-1}{n}$ será la cantidad que saldrá de dicha primera rebanada; que $m\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$ será la que saldrá de la segunda; que $m\left(\frac{n-1}{n}\right)^3$ expresará el número que saldrá de la tercera, y asi prosiguiendo; pues al atravesar cada rebanada se pierde la $\frac{1}{n}$ma parte de los rayos que dán en ella para atravesarla.

Si representamos, en general, por la unidad la cantidad de rayos que dán en la primera superficie del medio diáfano, la expresion de la merma que padece la luz, será esta serie de términos $\left(\frac{n-1}{n}\right)$, $\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$, $\left(\frac{n-1}{n}\right)^3$ &c.

Una

17 Una vez que la luz mengua en progresion geo- Fig.
métrica, quando se propaga por rayos paralelos en un medio homogeneo, es evidente que quando hubiere atravesado varios gruesos de dicho medio, podremos representar sus fuerzas respectivas por las ordenadas de una logarítmica, cuyo ege sea el grueso del cuerpo. Supongamos que 4.
$ABCD$ represente un medio diáfano homogeneo, y concibámosle dividido en rebanadas de un mismo grueso. Si representa BP la cantidad de luz que entra en el medio perpendicularmente á su lado AB, y QF su cantidad ó fuerza despues de atravesado el grueso BF de la primera rebanada; es constante que si por los dos puntos P y Q se traza una logarítmica $PQVZ$, cuyo ege sea el grueso BC, sus demás ordenadas RH, SK, TM &c. que menguan en progresion geométrica, representarán las fuerzas de la luz quando hubiere atravesado los gruesos BH, BK, BM &c.

18 Si fuese distinta la transparencia del medio, se echa de ver que la logarítmica no sería yá la misma. Si fuese mayor su transparencia, sería preciso que atravesase la luz mayor trecho para perder igual grado de su fuerza, y habría por consiguiente mayor distancia entre las ordenadas de la curva; si fuese menor la transparencia, como entonces un trecho menor debilitaría la luz en igual cantidad, las ordenadas estarían mas inmediatas unas á otras.

Por egemplo, si el cuerpo $abcd$ fuere quatro veces me- 5.
nos diáfano, ú opusiere quatro veces mas resistencia al paso de la luz, que el cuerpo $ABCD$; es constante que una

re-

Fig. rebanada del primer cuerpo quatro veces menos gruesa que la del cuerpo *ABCD*, la debilitará igualmente. Las ordenadas de la logarítmica *pqvz* que representan las diferentes fuerzas de la luz quando atraviesa el cuerpo *abcd*, estarán por lo mismo quatro veces mas inmediatas que sus iguales en la logarítmica *PQVZ*.

Pero como las ordenadas de estas dos curvas son iguales, las partes correspondientes de sus eges, compreendidas entre qualesquiera ordenadas iguales, las que se quisieren, son proporcionales, y siguen la razon de las subtangentes (III. 478). Por consiguiente, quando la luz entra en medios diferentes, ha de atravesar gruesos proporcionales para padecer menoscabos iguales; y dichos gruesos son entre sí como las subtangentes de las logarítmicas que corresponden á dichos medios.

19 Luego si consiste el grado de transparencia en el camino mayor ó menor que ha de andar la luz para padecer igual decremento, *las transparencias específicas de los medios serán entre sí como las subtangentes de sus logarítmicas.*

20 Para hacer alguna aplicacion de esta doctrina, supongamos que se nos pregunte ¿qué cantidad de luz pasa por un grueso qualquiera de un medio diáfano, quando se sabe yá quanta pasa por un grueso conocido?

Quando la luz entra en un medio, parte de ella se refleja y apaga en la superficie. Si tiene que atravesar otra superficie del mismo medio, es natural que padezca alli otra

mer-

merma. En algunos casos la pérdida que causan estas dos Fig.
superficies llega, segun Bouguer, á una décima parte. Esta merma no es de despreciar, y se ha de rebajar, para proceder con exactitud, de toda la cantidad de luz que se presenta para introducirse en el medio.

Sentado esto, si la cantidad de luz que entra con efecto en el medio, y las cantidades á que queda reducida despues de haber atravesado diferentes gruesos *BF*, *BH* &c. forman una progresion geométrica, ó lo que es lo propio,
son las ordenadas *PB*, *QF*, *RH* &c. de la logarítmica, 4.
que las representan, los gruesos *BF*, *FH* &c. serán iguales. Pero como estas ordenadas componen una progresion geométrica, sus logaritmos forman una progresion arismética, y por consiguiente las diferencias de estos logaritmos serán iguales. Habrá, pues, entre una de estas diferencias y uno de los gruesos *BF*, la misma razon que entre un número, el que se quisiere, de las mismas diferencias, é igual número de gruesos iguales con *BF*; de donde se sigue que si *PB* representa la cantidad de luz que entra en un medio diáfano, *QF* la cantidad á que está reducida despues de haber atravesado el grueso *BF*, se sacará la cantidad *VN* á que quedará reducida, despues que huviere atravesado otro grueso dado *BN*, con hacer esta analogía, $BF : \log PB - \log QF :: BN : \log PB - \log VN$, ó $BF : \log \frac{PB}{QF} :: BN : \log \frac{PB}{VN}$. Este quarto término nos está manifestando qué ley sigue la luz en su diminucion quando atraviesa el espacio *BN*; se sacará facil-

men-

Fig. mente VN, con tal que sea conocida PB.

Verificó Bouguer con esperimentos que la luz mengua en razon de 2500 á 1681 al atravesar una masa de ayre grueso de 7469 toesas; se pregunta ¿en qué razon disminuirá quando atravesáre un grueso de 60000 toesas? Diremos 7469 toesas son á 0,172372 logaritmo de la razon de 2500 á 1681, como 60000 toesas á 1,384699 logaritmo de 24, 25 con corta diferencia, que es la razon que se pide de lo que habrá mermado la luz quando hubiere atravesado las 60000 toesas.

21 Y recíprocamente, quando se sabe qué menoscabo padece la luz al atravesar un grueso conocido de un cuerpo dado, se averiguará qué grueso ha de atravesar para padecer otro menoscabo determinado, trastornando la analogía precedente, y diciendo $L\left(\frac{PB}{QF}\right) : BF :: L\left(\frac{PB}{VN}\right) : BN$, donde BF es el grueso conocido que debilitará la luz en la razon $\frac{PB}{QF}$, y BN el grueso necesario para hacer que mengue en la razon $\frac{PB}{VN}$.

Si suponemos con Bouguer que 10 pies de agua del mar hacen que merme la luz en razon de 3 : 2, se sacará de la precedente analogía, que á los 311 pies de profundidad en el mar, la luz del sol es 300000 veces mas debil, y por consiguiente igual á la luz de la luna llena en la tierra, que el mismo Autor ha hallado, conforme manifestaremos muy en breve, ser mas debil que la del sol en la espresada razon.

22 Puede servir tambien la misma analogía para averi-

riguar quánto mas trasparente es un medio que otro. Todo Fig.
se reduce á hallar los gruesos que dichos medios han de tener para debilitar la luz la misma cantidad, sea la que fuere. Así, se halla que se necesitan 0,2479 pulgadas de agua de mar para que pierda $\frac{1}{100}$ parte de su fuerza, ó se debilite en razon de 100 á 99. Se halla tambien que 189 toesas de ayre grueso causan la misma merma. Estos dos gruesos comparados uno con otro manifiestan que *el ayre viene á ser con muy corta diferencia* 4575 *veces mas transparente que el agua del mar.*

23 Tambien pueden servir para comparar las transparencias de los medios, las subtangentes de las logarítmicas que les corresponden. Estas subtangentes son fáciles de calcular, una vez conocida la subtangente de la logarítmica de las tablas; porque una vez que se sepa la razon del 4.
menoscabo de la luz quando ha atravesado un cierto grueso *BF* del cuerpo diáfano, es evidente que todo estriba en hacer esta proporcion: $L\left(\frac{PB}{QF}\right)$, que representa esta razon, es al grueso *BF*, como 0,4342948, ó simplemente, como 4342948 subtangente de la logarítmica de las tablas, es á la subtangente de la logarítmica que se busca.

Por este camino se ha hallado que la subtangente de la logarítmica correspondiente al agua del mar es de $24\frac{2}{3}$ pies, y que la subtangente de la logarítmica cuyas ordenadas representan las fuerzas de la luz que atraviesa el ayre grueso, es de 18818 toesas.

24 Quando el cuerpo luminoso no está tan aparta-

do

Fig. do que se puedan considerar sus rayos como paralelos, su divergencia al apartarse del cuerpo, contribuye para debilitar la intensidad de su luz. La ley que sigue esta diminucion es como la razon (13) inversa de los quadrados de las distancias al punto luminoso. Por consiguiente, si atendemos al mismo tiempo al menoscabo procedente del defecto de transparencia del medio, se echa de ver que *las fuerzas diferentes de la luz serán en razon compuesta de la razon inversa de los quadrados de las distancias, y de la directa de las ordenadas de la logarítmica correspondiente al medio que atraviesa.*

Bien se echa de ver, que si el medio no es homogeneo, y no tiene en toda su estension la misma densidad, la diminucion de la luz seguirá otras leyes al atravesarle &c.

25. Como la luz que los astros nos embian atraviesa la atmosfera de ayre que cubre la tierra por todos lados, se pierde tanto mayor número de rayos, quanto mas largo es el camino que la luz ha de andar en la atmosfera; y este camino es tanto mas largo, quanto es mas oblicua la linea que ha de andar el rayo para llegar hasta nosotros. Sea *ABC* un arco de la circunferencia de la tierra, *abc* un arco concéntrico que es el estremo de la atmosfera del ayre. Sea *DB*
6. un rayo de luz, que viene desde el zenith perpendicularmente al observador puesto en *B*. Sea *EB* un rayo que viene oblicuamente, y *FB* otro rayo que viene orizontalmente; bien se echa de ver que el que viene perpendicularmente

no

no tiene que atravesar mas que el grueso bB de la atmosfera; que el rayo oblicuo EB ha de atravesar un trecho GB mayor que bB, y que el rayo orizontal FB es el que ha de hacer mas larga travesía HB; de donde se sigue que *la luz de los astros es la mas debil, quando nacen en el orizonte; que crece al paso que suben respecto del orizonte; y que es la mas viva quando los tenemos perpendiculares á nosotros.* Fig.

26 De los esperimentos que se han hecho en orden á determinar quanto crece ó mengua la intensidad de la luz de los astros por razon de su mayor ó menor altura sobre el orizonte, resulta que á los $19^{\circ}\ 16'$ y $66^{\circ}\ 11'$ de altura aparente de la luna, quando está directamente opuesta al sol, estando la tierra entre los dos, las fuerza de su luz son como los números 1681 y 2500; ó lo que es lo propio, que la primera de estas dos fuerzas *viene á ser no mas que los dos tercios de la segunda.* Y como los rayos del sol y demás astros han de padecer igual menoscabo al atravesar la atmosfera, la misma razon espresará tambien la de las fuerzas de la luz del sol y de los astros quando llegan á la misma altura. Bouguer comparó en estos esperimentos la luz de la luna estando este planeta á las alturas de $19^{\circ}\ 16'$ y $66^{\circ}\ 11'$, porque en el lugar donde los hizo, el sol está á las doce del dia á las mismas alturas aparentes los dias de los solsticios de invierno y estio, con lo que se averiguó quanto alumbra allí mas en una estacion que en otra. Halló tambien que *la luna alumbra* 2000

Fig. *veces menos quando está en el orizonte, que quando ha llegado á la altura de 66° 11.′* Lo mismo digo del sol. Pero esta razon padece muy grandes variedades, que proceden sin duda alguna de que la parte baja de la atmosfera está quasi siempre cargada de vapores con mucha desigualdad. La razon de 1681 á 2500 entre las fuerzas de la luz de la luna quando está á los 19° 16′ y 66° 11′ de altura, la averiguó del modo siguiente.

El dia 23 de Noviembre del año de 1725 estando la luna á los 19° 16′ de altura, cerca de las 10$\frac{1}{2}$ de la noche, su luz que daba en el fondo de una especie de caja, al qual dirigía separadamente Bouguer la luz de quatro bugías, que servian de término de comparacion, le pareció igual á la luz de las quatro bugías quando estaban á la distancia de 50 pies. Al dia siguiente, á eso de las tres de la madrugada, estando la luna todavia algo apartada del meridiano, y á los 66° 11′ de altura, halló que su luz era igual á la de las quatro bugías puestas á la distancia de 41 pies. Y como los quadrados 1681 y 2500 de las distancias 41 y 50 pies espresan las fuerzas de la luz de las quatro bugías, en la primera y segunda observacion, espresan tambien las fuerzas de la luz de la luna que eran iguales con ellas. Luego estas fuerzas son entre sí á los 19° 16′ y á los 66° 11′ de altura, como 1681 á 2500. Por un método parecido á este averiguó el mismo observador que la luna alumbra 2000 veces menos en el orizonte, que quando está á los 66° 11′ de altura.

No

27 No hay duda en que por el mismo camino se hallarían las fuerzas de la luz de la luna en todos los grados de altura á que llega, y las razones con que su luz crece ó mengua á medida que vá subiendo ó bajando, servirían igualmente para los demás astros quando están á las mismas alturas. Bouguer consiguió no solo determinar estas razones, sino tambien las diferentes fuerzas de la luz de los astros, en sus diferentes alturas sobre el orizonte. Fig.

28 Indagando el menoscabo que la luz padece al pasar por un medio de una densidad variable, qual es la atmosfera, halló que de 10000 rayos que vienen de todas las alturas para atravesar la atmosfera, no llegan á nuestra vista mas que las cantidades que espresa la tabla siguiente.

Grados de altura aparente.	Número de los rayos.	Grados de altura aparente.	Número de los rayos.
0	6	14	4301
1	47	15	4535
2	192	19 16′	5358
3	454	20	5474
4	802	25	6136
5	1201	30	6613
6	1616	35	6963
7	2031	40	7237
8	2423	50	7624
9	2797	60	7866
10	3149	66 11′	7968
11	3472	70	8016
12	3773	80	8098
13	4050	90	8123

29 Por medio de esperimentos parecidos á este averi-

Fig. guó Bouguer que el sol nos alumbra cerca de 300000 veces mas que la luna, para cuya averiguacion practicó lo siguiente.

30 Deseando comparar la luz de estos dos astros, tomó por medida comun la luz de una bugía; y por ser la luz del sol estremadamente fuerte, se valió de un vidrio cóncavo de anteojo que podia, esparramando sus rayos, debilitarla quanto deseaba, y por grados conocidos. El dia 22 de Septiembre de 1725, estando la luna llena, hizo una de sus pruebas. Despues de cerradas todas las ventanas de un aposento, estando el sol á la altura de 31°, dejó entrar su luz por un agugero de una linea de diámetro, al qnal habia aplicado el vidrio cóncavo. La luz recibida á una distancia de 5 ó 6 pies, donde la divergencia de los rayos era de 108 lineas, y donde por consiguiente la luz era 11664 veces mas debil, porque en lugar de un espacio de una linea de diámetro ocupaba uno de 108, le pareció exactamente igual con la luz de la bugía puesta á la distancia de 16 pulgadas. Por la noche, quando hubo llegado la luna á la misma altura, observó que recibiendo su luz muy cerca del vidrio, y quando su divergencia no era mas que de 8 lineas, era igual á la de la bugía puesta á la distancia de 50 pies. Se sirvió del mismo vidrio cóncavo, á fin de que su falta de transparencia ocasionase igual diminucion en ambas observaciones.

Pero como el vidrio no debilitó la luz de la luna sino 64 veces, es evidente que para debilitarla 11664 veces, del

del mismo modo que la del sol, se hubiera debido poner la bugía, no á la distancia de 50 pies, sino á la de 675 pies. Luego yá que la luz del sol y de la luna debilitadas el mismo número de veces 11664, son respectivamente iguales á la de una bugía puesta á 16 pulgadas, y á 675 pies, ó 8100 pulgadas, se sigue que la luz del sol es á la de la luna, como 65610000, quadrado de 8100, á 256 quadrado de 16, y parece por consiguiente que el sol nos alumbra 256289 veces mas que la luna. Fig.

31 Tomando un medio entre este esperimento y otros muchos que hizo, infirió Bouguer que *el sol nos alumbra cerca de 300000 veces mas que la luna, quando está á sus medias distancias de la tierra*; porque así se hallaba al poco mas ó menos quando se hicieron estas observaciones. Se señala con cuidado la distancia á que la luna estaba entonces; porque como varía mucho esta distancia, padece su luz alteraciones considerables. La mayor distancia á que suele estar de la tierra es á su menor distancia, como 8 es á 7, las fuerzas de su luz serán en estas dos posiciones como los quadrados de estos dos números tomándolos al reves; esto es, como 3 es á 4.

32 Por medio de los vidrios y espejos que daremos á conocer mas adelante, y sirven, entre otros usos, para juntar en un circulillo, llamado el *Focus* del vidrio ú espejo, muchísimos rayos de luz, se han hecho esperimentos que prueban la gran disproporcion que hay entre la luz del sol y la de la luna. Muchos rayos del sol reunidos en el focus de un *espejo*

Fig. *ustorio* causan un calor mucho mas vivo que el de la hornilla mas ardiente, pues derriten y calcinan los metales mas duros, *vitrifican* ó transforman en vidrio los ladrillos y las piedras, muchas veces en menos de un minuto; siendo así que los rayos de la luna reunidos en el mismo focus no causan el mas mínimo calor, ni hacen la mas leve impresion en el termometro mas sensible, bien que sean entonces muchísimo mas densos, y sea mayor la claridad de la luz. Cotejando lo que coge de ancho un espejo ustorio con la estension de su focus, se ha averiguado que algunos de dichos espejos juntan la luz en un espacio dos mil veces menor que el que ocupaban en el espejo. Pero de lo probado (31) se sigue que no puede ser tan densa y ardiente como los rayos directos del sol, si no se la condensa cerca de trescientas mil veces. No es, pues, de estrañar que el calor de los rayos de la luna no sea sensible en el focus del espejo, porque aun entonces es ciento y cincuenta veces menos densa que los rayos directos del sol. Porque los esperimentos hechos con los espejos ustorios prueban que los grados de calor siguen la razon de las densidades de los rayos.

DE LA LUZ REFLEJA, Ó DE LA CATÓPTRICA.

Fig.

33 Quando un rayo de luz dá oblicuamente en una superficie bruñida ó lisa, sin penetrarla, se desvía de su direccion, y la mudanza que esta padece se llama *Reflexion.* Para manifestar cómo se hace esta reflexion, y los fenómenos que la acompañan, acudiremos á la esperiencia.

34 Trácese en una tabla muy lisa *KLMN* al rededor del centro *C* un círculo *PRQS* (quanto mayor fuere mejor será), y despues de tirados los dos diámetros *PQ*, *RS* perpendiculares entre sí, cortense desde el punto *P* dos arcos iguales *PA*, *PB*, y tírense al centro los radios *AC*, *BC*. Plántense despues tres alfileres perpendiculares en los puntos *A*, *B*, *C* de la tabla, métasela dentro del agua hasta que esta llegue al diámetro *RS*, manteniendo la tabla en situacion perpendicular á la superficie del agua; se mirará por los dos alfileres *A*, *C*, y se verá dentro del agua la imagen del alfiler *B* á lo largo de la linea *AC* prolongada. Esto manifiesta que el rayo de luz que viene de la punta *B* se reflecte en el punto *C* de la superficie del agua, á lo largo de la linea *CA* al ojo del espectador. Si el alfiler plantado en *C* tocáre el agua, empañará lo terso de la superficie del agua; por esto es mejor plantarle un poco mas arriba del centro del círculo en la linea *CA*. Lo mismo se observaría aun quando fuese otro el cuerpo fluido ó sólido que re- 7.

Fig. reflectiere la luz, conforme se puede verificar cortando el semicírculo inferior, y colocando el diámetro *RS* del semicírculo superior sobre una luna de espejo.

35 *AC* se llama el *Rayo incidente*; *CB*, el *Rayo reflejo*; *PCQ*, la *Perpendicular de incidencia*, ó el *Cateto de incidencia*; *ACP*, el *Ángulo de incidencia*; *BCP*, el *Ángulo de reflexion*.

36 *El ángulo de reflexion, y el ángulo de incidencia están en un mismo plano*; quiero decir, que ambos están en el plano que pasa por el rayo incidente, y por la perpendicular de incidencia.

37 *El ángulo de reflexion es igual al ángulo de incidencia*; de donde se sigue que *el rayo incidente, y el rayo reflejo están igualmente inclinados respecto de la superficie reflectente*.

38 Síguese tambien que *quando el rayo incidente es perpendicular á la superficie reflectente, se reflecte ácia la misma perpendicular que traza al ir á encontrar la superficie*.

39 Conviene tener presente que un rayo de luz es reflectido por una superficie esférica, del mismo modo que lo sería por un plano que tocase dicha superficie en el punto de incidencia. Porque el punto de contacto es comun á las dos superficies plana y esférica.

40 Como cada punto de un cuerpo luminoso arroja continuamente rayos de luz, y los derrama por todos lados ácia todas las direcciones posibles, del mismo modo los demás

más cuerpos que ellos alumbran, y hieren con sus rayos, Fig.
los despiden continuamente desde cada uno de sus puntos. Porque todos los puntos de un cuerpo opaco alumbrados son perceptibles á la vista en todos los puntos del espacio, y cada instante, del mismo modo que los puntos del cuerpo luminoso que los ilumina. Podemos, pues, considerar la superficie del obgeto como compuesta de lineas físicas, y estas lineas como formadas de puntos físicos, que nos figuramos que despiden rayos ácia todas las direcciones. En lugar del obgeto se suele considerar una linea que le represente; y todas las mudanzas que padece esta linea en su magnitud aparente, ó en su claridad y distincion, se miran como propias del obgeto que dicha linea representa.

41 El punto Q del qual los rayos se ván apartando, 8.
y respecto del qual son divergentes, ó ácia el qual son convergentes, quando se les hace retroceder ácia el mismo punto, aunque no le alcancen, se llama su *Focus*; y en ambos casos una porcion qualquiera de dichos rayos como QBC ó QBA tomada separadamente, se llama una *Espiga* ó *Manojo de rayos*. Se dice que dichos rayos pertenecen á dicho focus, ora esté cerca, ora esté á una distancia inmensa; y en este último caso se consideran los rayos como paralelos entre sí (I. 326). Como los rayos no siempre se juntan todos en el punto ácia el qual se encaminan, se llama este punto *Focus real* ó solamente *focus* quando concurren en él efectivamente, y *Focus virtual*, ó *imaginario*, quando solo concurren allí sus prolongaciones.

Re-

Fig. 42 Representa QC un manojo de rayos que hieren
9. paralelos una superficie plana muy tersa representada por la
10. linea ACB, que los reflecte en otras tantas lineas tambien paralelas Cq, que están inclinadas á dicho plano, lo mismo cabalmente que lo están los rayos incidentes (37).

43 Representa QAB una espiga de rayos divergen-
8. tes, porque se ván apartando de un punto visible Q, y dán en una linea recta ACB, ó en un plano bruñido que dicha linea representa; estos rayos son todos divergentes despues de la reflexion, como si vinieran desde otro punto q. El rayo QC que dá perpendicularmente en el plano AB, se vuelve por la misma linea (38) CQ; pero todos los demás que dán en dicha linea con grados de oblicuidad siempre mayores, en puntos de incidencia siempre mas apartados del punto C, son tambien rechazados con grados de oblicuidad tambien respectivamente mayores (37). Es, pues, preciso que el que atendiere bien á la figura se haga cargo de que los rayos reflejos, prolongados ácia atrás, encuentran todos la perpendicular QC en un punto q, tan apartado por un lado del plano reflectente como lo está del otro lado el punto Q, y que por consiguiente todos los rayos que vienen del único punto Q son divergentes despues de la reflexion, y se apartan del único punto q á igual distancia del otro lado del plano reflectente.

44 Y al contrario, si por alguno de los medios que propondremos mas adelante, hiciéramos convergir los rayos

ácia

ácia el punto *q*, el punto *Q* será su focus, despues de la Fig.
reflexion que padecieren en la superficie *AB* (43).

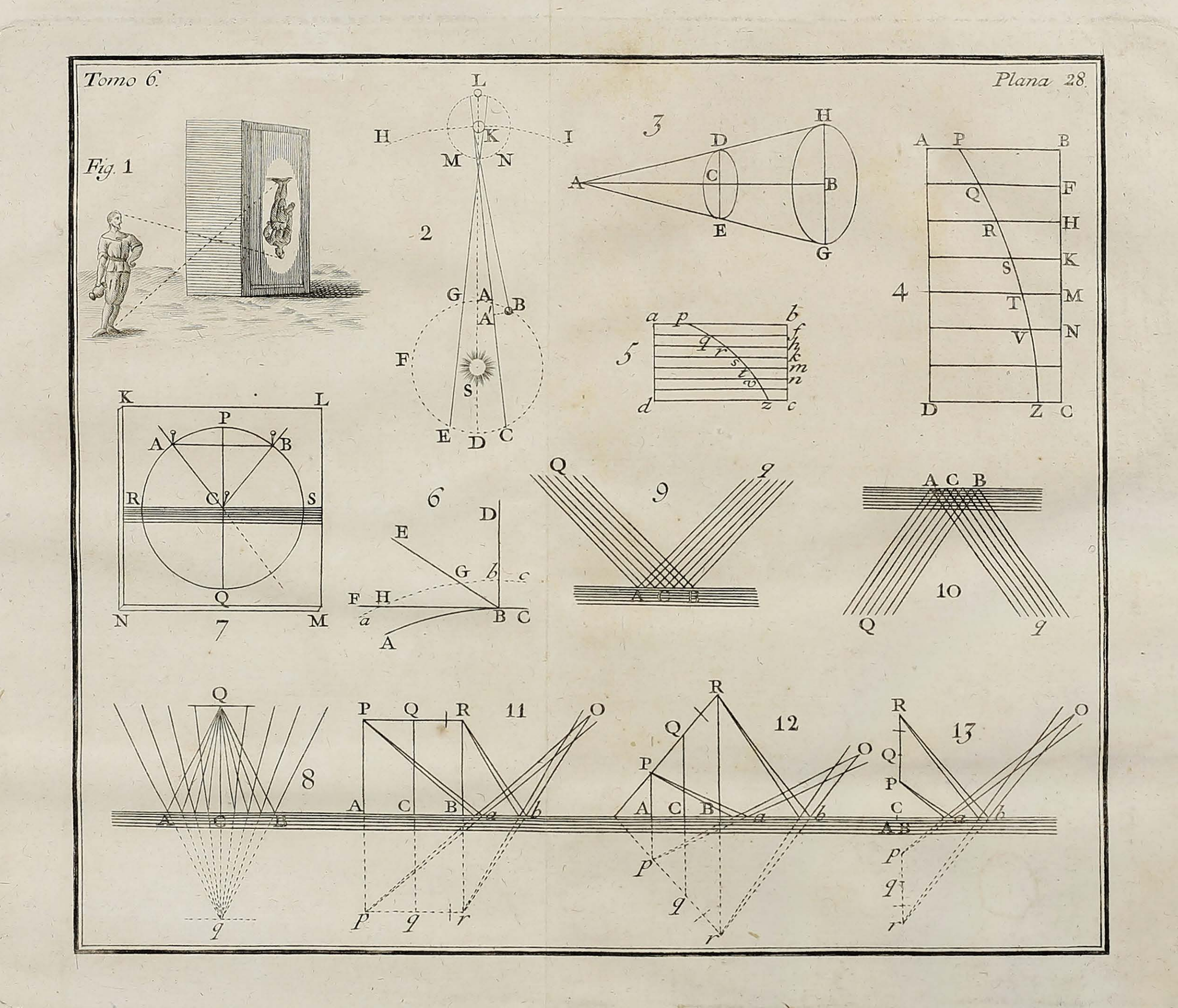
45 Lo que hemos dicho del punto *Q* se ha de apli- 11.
car á otro punto qualquiera de un objeto *PQR*; porque 12.
por la misma razon que el punto *Q* y su focus *q* están de 13.
cada lado de dicho plano á la misma distancia, los puntos *P*, *R* y sus focus *p*, *r* están tambien al uno y otro lado de dicho plano á distancias respectivamente iguales en las rectas *Pp*, *Rr* que le atraviesan perpendicularmente. Y como sucede lo propio respecto de otro punto qualquiera del objeto *PQR*, se echa de ver que estando los focus *p*, *q*, *r*, y una infinidad de otros qualesquiera en la misma disposicion, que los puntos correspondientes *P*, *Q*, *R*, forman aquellos una linea imaginaria perfectamente semejante á la linea *PQR*, y cuya situacion al otro lado del plano reflectente es de todo punto la misma que la de *PQR*. Esta linea *pqr* se llama la *Imagen* ó la *Estampa* del obgeto *PQR*.

46 Si unos rayos paralelos dán en una superficie es- 14.
férica, cóncava ó convexa, figurada en el arco de círcu- 15.
lo *ACB*, la reflexion los hará convergir ácia un focus *T*, quando dieren en el lado cóncavo de la superficie, y divergirán al contrario de dicho focus, si dieren en el lado convexo. En ambos casos el rayo *QC*, que pasa por el centro *C* de la superficie reflectente, y la encuentra perpendicularmente en *C*, vuelve atrás por la misma recta *CQ* (38 y 39). Pero atendida la curvatura de dicha superficie, los demás rayos paralelos á *CQ* la encuentran con obli-

Fig. oblicuidades diferentes. Cada rayo forma siempre con la perpendicular en el punto donde dá, un ángulo de incidencia *DAE* tanto mayor, quanto mas dista de *QC*; y por lo mismo (37 y 38) el ángulo de reflexion *EAT* crece al paso que el punto de incidencia *A* se aparta de *C*. Esto está diciendo que si la superficie reflectente fuere cóncava, los rayos reflejos habrán de convergir y juntarse, quando no perfectamente, por lo menos con corta diferencia, en un punto *T* del rayo directo *QC*; y que al contrario divergirán de un punto semejante, si la superficie fuese convexa. Considerando con mas atencion todas las circunstancias de esta reflexion, y preguntando á la esperiencia se halla (y lo probaremos muy en breve), que *el focus* T *está en medio del radio* CE.

14. hasta 19. 47 En los casos antecedentes, si los rayos incidentes salieren del punto *T*, ó se encaminaren á él, serán reflectidos paralelamente á la recta *CTE*, tirada por el centro *E* de la superficie reflectente. Pero si *T* se acercare á *E*, y cayere por egemplo en *q*, los ángulos de incidencia *qAE*, y por consiguiente los ángulos de reflexion *EAQ*, que son iguales con ellos, llegarán á ser menores; y si se acercare á *C*, llegarán á ser mayores. Los rayos reflejos como *AQ*, que antes eran paralelos al rayo directo *EC*, estarán entonces inclinados al mismo rayo, y tendrán su focus en un punto *Q*, colocado del mismo lado que *q* respecto de *T*. Los decrementos simultaneos de los ángulos de incidencia y reflexion, quando *q* se mueve desde *T* ácia *E*, del mismo modo que sus incrementos simultaneos, quando se acerca á *C*, manifiestan que

el


Fig. 1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

el punto q del qual salen los rayos incidentes, ó ácia el qual Fig.
se encaminan, y su focus Q *siempre se mueven ácia direcciones encontradas*; que si el uno se aparta ó acerca al centro E, ó á la superficie C, el otro se aparta, ó se le acerca tambien al mismo tiempo; y que llegan á alcanzarla á un mismo tiempo quando el arco AC es muy pequeño. Es muy digno de notarse que las propiedades de las superficies reflectentes cóncavas y convexas son perfectamente semejantes, y se truecan unas en otras con imaginar que los rayos incidentes vienen en direcciones opuestas en las mismas lineas prolongadas.

48 Las figuras hacen patente cómo se forma la ima- 20.
gen pqr de un obgeto PQR por rayos reflectidos en una su- *hasta*
perficie cóncava ó convexa ACB. Estando el focus q en 25.
el rayo QC perpendicular á la superficie reflectente, el qual pasa por el centro E, es constante que el focus ó punto de reunion p de un manojo de rayos que viene de otro punto qualquiera P, está indispensablemente en el rayo perpendicular PA, que tambien pasa por el centro E. Porque todos los rayos que pasan por el centro, son perpendiculares á la superficie ACB, y todos los demás son inclinados respecto de ella.

49 Síguese de aquí que si el obgeto PQR fuere bastante chico, ó tan apartado de la superficie reflectente, que sea lícito suponer que todos los puntos P, Q, R están con corta diferencia á distancias iguales del centro, las distancias de todos los puntos p, q, r de la imagen, á la misma superficie, se podrán considerar tambien como igua-

Fig. iguales. Es tambien de notar que quando la imagen y el obgeto estan á un mismo lado del centro, la imagen está derecha; que está trastornada, quando estan en lados opuestos, y que es mayor ó menor que el obgeto, conforme está mas lejos ó mas cerca del centro, que el obgeto. Todo esto lo están diciendo las figuras, donde el obgeto y su imagen están terminados por dos rectas *Pp*, *Rr* que se cortan en el centro *E*. Por consiguiente la imagen es, con corta diferencia, igual al obgeto, quando se encuentra con ella en la superficie (47) ó en el centro. Porque en este último
26. caso, quando el obgeto y la imagen están en el centro, los rayos que salen del punto *Q*, que está allí mismo, ván á juntarse despues de la reflexion en un punto *q*, que tambien se confunde con dicho centro, y con hacer $Ep = EP$, por ser *EC* perpendicular á estas lineas, los ángulos *PCE*, *ECp* serán iguales, y por consiguiente el rayo *PC* se reflectirá á *p*. Si se toma otro punto qualquiera de incidencia poco distante de *C*, la recta *AE*, será, con corta diferencia, perpendicular á *Pp*; y por lo mismo los ángulos *PAE*, *EAp* serán, con corta diferencia, iguales; el rayo *PA* será reflectido, con muy corta diferencia, á *p*, del mismo modo que el rayo *PC*.

Determinacion del focus de los rayos reflectidos por una superficie dada.

27. 50 *Sea* ACB *un plano reflectente*, Q *el punto de donde salen los rayos incidentes*, *y* QC *perpendicular á dicho plano; si se prolonga esta perpendicular hasta* q, *haciendo* qC =

=QC, *el punto* q *será el focus de los rayos reflejos.* Fig.

Sea *QA* un rayo incidente; tírese *qA*, y prolónguese ácia *O*. Ya que *Cq* = *CQ*, los triángulos *CAq*, *CAQ* son iguales; luego el ángulo *DAO* es igual al ángulo *CAQ*, y, por consiguiente *AO* es el rayo reflejo.

51 Luego los rayos que dán en el espejo *ACB* con direcciones ácia *q*, ván á juntarse en *Q* despues de la reflexion.

52 *Si unos rayos paralelos* DA, EC *dán quasi perpendicularmente en una superficie esférica* ACB, *el focus* T *de los rayos reflejos estará en medio del radio* EC, *paralelo á los rayos incidentes.* 28. 29.

Tírese la *EA* que será perpendicular á la superficie esférica en *A*. Ya que *EC* está en el mismo plano que el ángulo de incidencia *DAE*, el rayo reflejo *Aq* prolongado, encontrará *EC* en algun punto *q*; y por ser el ángulo de reflexion *EAq* igual al ángulo de incidencia *DAE*, ó al ángulo *AEq*, los dos lados *Aq*, *Eq* del triángulo *AEq* son iguales, y cada uno de ellos es mayor que la mitad del tercer lado *EA* ó que *ET* por construccion. Suponiendo, pues, que el punto de incidencia *A* se acerque á *C*, las lineas *Eq*, *ET* se acercarán continuamente á la igualdad, y serán por último iguales quando el punto *A* coincidiere con *C*, y desapareciere el triángulo *AEQ*; por consiguiente el focus de los rayos que dán con muy corta diferencia perpendicularmente en la superficie, ó de los mas inmediatos á *C*, se ha de fijar en *T* (III. 304).

Por

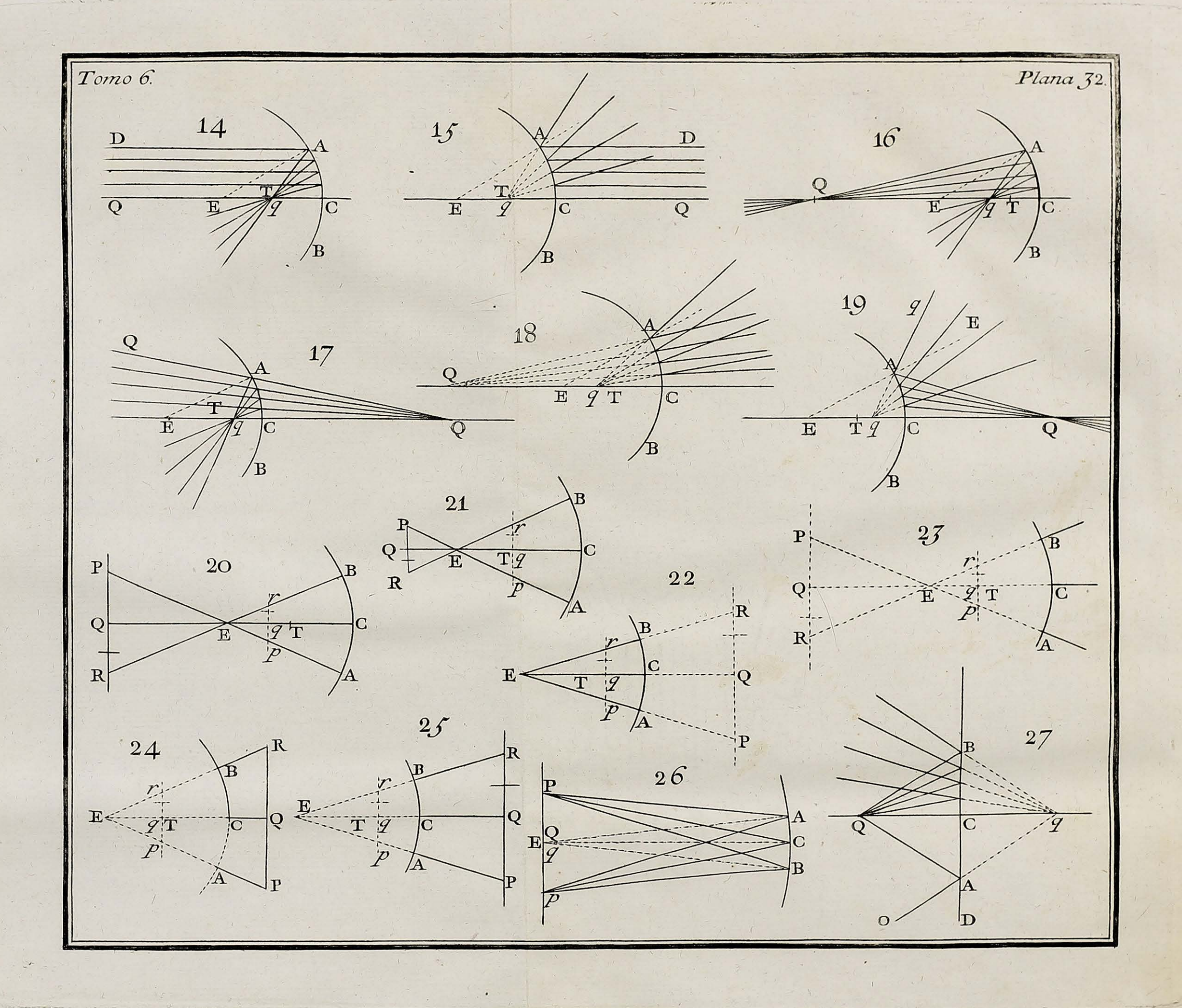
Fig. 53 Por consiguiente, si *T* fuere un punto radiante, los rayos que embia á la superficie reflectente *ACB*, caminarán despues de la reflexion paralelamente á *TE*.

54 *Sea* ACB *una superficie esférica reflectente cuyo*
30. *centro está en* E. *Si despues de dividido por medio en* T *un*
31. *radio qualquiera* EC, *se toman en dicho radio del mismo lado respecto de* T, *dos puntos* Q *y* q, *tales que* TQ, TE, Tq *estén en proporcion continua, y los rayos incidentes salieren del punto* Q, *su focus despues de la reflexion estará en* q.

Sea *AQ* el rayo incidente, y *Aq* el rayo reflejo, ó su prolongacion, que forman ángulos iguales con la perpendicular *AE*. Como el rayo reflejo *Aq*, ó su prolongacion está en el plano de incidencia, cortará en algun punto *q* la *QE*, prolongada si fuere menester. Tírese paralelamente á *Aq* la recta *EG*, que encuentre *AQ* en *g*, se viene á los ojos que los triángulos *EAG*, *EAg* son semejantes, isósceles é iguales; y por consiguiente, si concebimos que el punto *A* se acerque á *C*, y coincida con él, entonces desaparecerá el paralelogramo *AGEg*, y cada uno de sus lados llegará á ser igual á la mitad de la diagonal *AE* ó á *ET* por construccion. Pero los triángulos semejantes *GQE*, *gEq* dán *GQ* : *GE* :: *gE* : *gq*, luego quando el punto *A* cae en *C*, y por consiguiente los puntos *G* y *g* en *T*, será *TQ* : *TE* :: *TE* : *Tq* (III. 305).

55 De aquí se sigue 1.° que si los rayos incidentes salieren del punto *q*, su focus despues de la reflexion estará en *Q*.

2.°


14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27

56 2.° Si el punto Q estuviere á una distancia infinita, es evidente que por ser TQ infinita, Tq será nula. Este es el caso de la proporcion que probamos antes (52), pues entonces los rayos se han de considerar como paralelos. Fig.

57 3.° La proposicion (50) se puede tambien inferir de la última (54). Porque si suponemos que Q envie rayos á la superficie convexa AB; ya que TQ, TC, 31. Tq están en proporcion, sus diferencias CQ, Cq serán iguales, quando dichas lineas fueren infinitas, y esto sucede quando la superficie reflectente es plana, esto es de un radio infinito.

Las figuras de que nos hemos valido, sirven igualmente para las superficies convexas reflectentes, con suponer los rayos incidentes prolongados mas allá de dichas superficies.

58 El camino que hemos seguido para probar las dos últimas proposiciones (52 y 54) manifiesta que el método por el qual hemos determinado el focus de los rayos reflejos, no es rigurosamente geométrico; solo determina la interseccion del ege de la superficie, y de los rayos reflejos los mas inmediatos al mismo ege. Por lo que mira á los rayos reflejos que no están tan cerca, ván á encontrar el ege en diferentes puntos, tanto mas apartados del punto de reunion de los primeros, quanto mas lejos dichos rayos están del ege. Por consiguiente un espejo esférico no puede reflectir todos los rayos en un mismo punto. Sin embargo,

Fig. quando tratemos de las aberraciones de los rayos mas apartados, del verdadero focus, manifestarémos que su densidad cerca de dicho focus es sin comparacion mayor de lo que es á una distancia de alguna consideracion; por manera que podemos mirar como un punto físico el focus de los rayos que caen perpendiculares, con muy corta diferencia, sobre un espejo esférico.

59 De donde inferiremos que el focus de los rayos reflectidos por una superficie curva qualquiera, es el mismo que si fuesen reflectidos por una superficie esférica, cuya curvatura fuese igual á la de dicha superficie, en los puntos donde la dan los rayos incidentes.

60 Quando los puntos Q, q están á un mismo lado de la superficie reflectente, si los rayos incidentes vienen de Q, ván despues de reflectidos ácia q; y si en vez de salir de Q, vienen del lado opuesto con direcciones ácia dicho punto, ván, despues de reflectidos, ácia el lado opuesto á q: lo contrario se verifica quando los puntos Q y q están en distintos lados de la superficie. Todo esto es evidente, pues los rayos incidentes y reflejos siempre siguen direcciones encontradas.

Determinacion del lugar, magnitud y situacion de las imágenes formadas por rayos reflejos.

61 *Las imágenes que forman rayos reflectidos por un espejo plano, son semejantes é iguales con los obgetos que representan, y sus partes están puestas detras del espejo á dis-*

distancias iguales á las de las diferentes partes del obgeto. Fig.

Todo esto es evidente. Porque si desde un número 32.
qualquiera de puntos *P*, *Q*, *R* de un obgeto, colocado 33.
como se quisiere, respecto del espejo, se bajan las perpendiculares *PA*, *QC*, *RB* al espejo, y se las prolonga hasta que sus estremos *p*, *q*, *r* estén tan distantes detrás del espejo como los puntos *P*, *Q*, *R*; los puntos *p*, *q*, *r* que serán (50) los focus respectivos de los rayos que salieren de los puntos *P*, *Q*, *R*, estarán colocados del mismo modo que estos últimos puntos; por otra parte, sus distancias al espejo son respectivamente iguales con las de los puntos *P*, *Q*, *R*, y se echa de ver que lo mismo sucede respecto de los focus ó imágenes de todos los demás puntos del obgeto. Luego todas estas imágenes particulares formarán una imagen igual al obgeto, colocada del mismo modo y á la misma distancia del espejo.

62 *Si el obgeto, puesto delante de un espejo cóncavo ó* 34.
convexo AB *fuese un arco circular* PQR *concéntrico con el* 35.
espejo, su imagen pqr *será tambien un arco concéntrico seme-* 36.
jante, cuya longitud tendrá con la del obgeto la misma razon 37.
que sus distancias al centro comun E; *y dicha imagen será derecha ó trastornada, segun estuvieren el obgeto y ella á un mismo lado, ó á lados distintos respecto del centro.*

Como el focus *q* se halla con tomar en la recta *QE* tirada por el centro del espejo (54), *TQ*, *TE*, *Tq* en proporcion continua, se determinará el focus ó imagen *p* de otro punto qualquiera *P*, tirando primero *PEA*, dividien-

Fig. do despues EA por medio en S, y tomando SP, SE, Sp en proporcion continua. Pero los dos primeros términos de esta proporcion son iguales cada uno al suyo con los dos primeros de la antecedente ; luego los terceros términos Tq, Sp son iguales ; luego $Ep = Eq$. Como lo propio se puede probar respecto de cada uno de los demás puntos del obgeto circular PQR, se echa de ver que la imagen pqr de dicho obgeto es un arco circular concéntrico, y perfectamente semejante, pues ambos están terminados por las mismas líneas EPp, ERr ; y por consiguiente hay entre sus longitudes la misma razon que entre sus distancias EQ, Eq al centro comun E.

63 Un obgeto circular muy pequeño respecto de su distancia al centro del espejo delante del qual está puesto, se parece mucho á la figura de una linea recta, y tambien su imagen que se le semeja. Una linea recta pequeña puesta á una distancia algo notable del centro de un espejo esférico, tendrá, pues, por imagen una linea sensiblemente recta, bien que en rigor es un arco de seccion cónica.

64 Las imágenes de toda casta de obgetos se pueden determinar buscando en virtud de lo dicho hasta aquí las de sus contornos. Por egemplo, si el plano de las figuras PER, pEr dá vueltas al rededor de su diámetro comun QEq, la superficie circular engendrada por pqr será la imagen del obgeto circular engendrado por PQR; y si las mismas figuras PER, pEr se mueven un poco al rededor del ege EF, puesto en su plano de ellas, y perpendicularmente al diámetro

QEq,

QEq, la figura curvilinea engendrada por *pqr* será la imagen de una figura semejante engendrada por *PQR*; porque el arco reflectente *ACB* engendra al mismo tiempo la superficie esférica reflectente. Fig.

65 Pero si toda la figura *PERrp* se mueve paralelamente á sí misma en una direccion *EF* que supondremos ahora perpendicular á su mismo plano, de modo que el arco *ACB* engendre una porcion de una superficie cilíndrica, la figura trazada por *pqr* siempre será la imagen de la que traza *PQR*; pero no la será semejante, excepto quando están á distancias iguales de cada lado del centro *E*, y son por consiguiente iguales; y faltará tanto mas para que sean semejantes, quanto mas discrepen una de otra *Eq* y *EQ*, ó sus longitudes *pr*, *PR*, siendo siempre iguales sus anchos engendrados por el movimiento de que acabamos de hablar.

Determinacion de los focus de los rayos que dán oblicuamente en una ó muchas superficies reflectentes.

66 *Supongamos que el rayo* AB *procedente del punto* 38.
A, *dé con la oblicuidad que se quisiere, en la concavidad ó* 39.
convexidad de un círculo, ú otra curva, cuyo radio de curvatura en B *es* BC, *siga despues de reflectido la linea* BF *dada de posicion; si despues de tirados los senos de incidencia y de reflexion* CD, CE, *se dividen en dos partes iguales sus cosenos iguales* BD, BE, *en* a *y* f, *y se toma en* Bf *prolongada, si fuere menester, una parte* fF *que sea á* Bf *como* aB : Aa, *y esté respecto de* Bf *en la situacion que* Aa *respecto*

Fig. *de* aB , *el punto* F *será el focus de una espiga de rayos muy delgada reflectida por el arco infinitamente pequeño , cuyo medio está en* B.

Sea AbF otro rayo reflectido en b infinitamente cerca de B ; tírense las Cd , Bd' perpendiculares á Ab , y las Ce, Be' perpendiculares á bF ; Bd' será igual con Be' ; porque los ángulos Bbd' , Bbe' que Ab y bF prolongadas , si fuere menester , forman con el arco Bb ó su tangente en b , son iguales , y por consiguiente los pequeños triángulos rectángulos Bbd' , Bbe' son tambien iguales. Fuera de esto, Dd y Ee , que son las diferencias de los senos iguales CD y CE , Cd y Ce , son tambien iguales. Por consiguiente ya que los triángulos BAd' , DAd son semejantes del mismo modo que BFe' , EFe , tendremos $BA : AD :: BF : FE$, y así $BA \pm AD : AD :: BF \pm FE : FE$, que dá $\frac{BA+AD}{2} : \frac{BF+FE}{2} :: \frac{BA-AD}{2} : \frac{BF-FE}{2}$; esto es , $Aa : Bf :: aB : fF$, ó $Aa : aB :: Bf : fF$. Y si supusiéramos que los rayos dán en el otro lado de la curva , esto es , en su convexidad , siendo la misma su direccion , se reflectirían por las mismas lineas prolongadas.

67 De todo esto se sigue 1.° que quando el rayo incidente AB pasa por el centro del círculo reflectente , esta proposicion es la misma que yá queda probada (54).

68 2.° Que el punto a es el focus de una espiga muy delgada de rayos que vienen paralelamente á FB , y el punto f es el focus de otra espiga de rayos que vienen paralelamente á AB. Porque quando los puntos A y F , que

po-

podemos considerar como puntos radiantes ó luminosos, están á una distancia infinita, las lineas *Dd*, *Bd'*, *Be'*, *Ee* son iguales. Fig.

69 3.º Si levantamos las *BG*, *BH* perpendiculares la una al rayo incidente *AB*, la otra al rayo reflejo *BF*; y tomamos *BH* igual á *BG* que remata en el ege *AC* prolongado, y tiramos *CH*; esta linea *CH* cortará el rayo reflejo en el focus *F*. 40.

Porque si tiramos los senos iguales *CD*, *CE*, los triángulos *BAG*, *DAC* serán semejantes, y lo serán tambien los triángulos *BFH*, *EFC*; tendremos, pues, *BA* : *AD* :: *BG* : *DC* :: *BH* : *CE* :: *BF* : *EF*, que es la propiedad del punto radiante *A*, y de su focus *F*, por lo probado (66).

70 4.º Si dado el punto radiante *A*, quisiéramos hallar en un círculo reflectente el punto *B*, tal que él y los puntos inmediatos reflectan los rayos paralelos entre sí, quando esto es posible; tomaríamos en la *CA* prolongada, *AG* = *AC*, y el círculo trazado sobre *AG* como diámetro, cortaría el círculo reflectente en los puntos *B* y *B*, que serian los que se buscan. 41.

Porque tirando *GB*, los triángulos *ABG*, *ADC* serán semejantes é iguales, y por lo mismo serán iguales los lados *AB*, *AD*; será, pues, *A* el punto luminoso, cuyos rayos serán reflectidos en *B* paralelos entre sí (68).

71 La posicion del rayo reflejo *BF* que hemos supuesto dada, se puede determinar haciendo el ángulo de reflexion igual al ángulo de incidencia, ó inscribiendo en

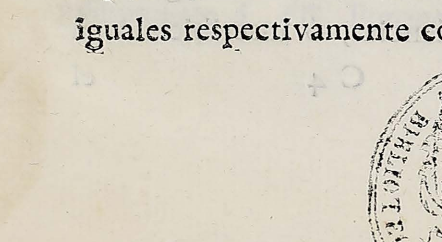
Fig. el círculo reflectente una cuerda igual á la que el rayo incidente traza en el mismo círculo.

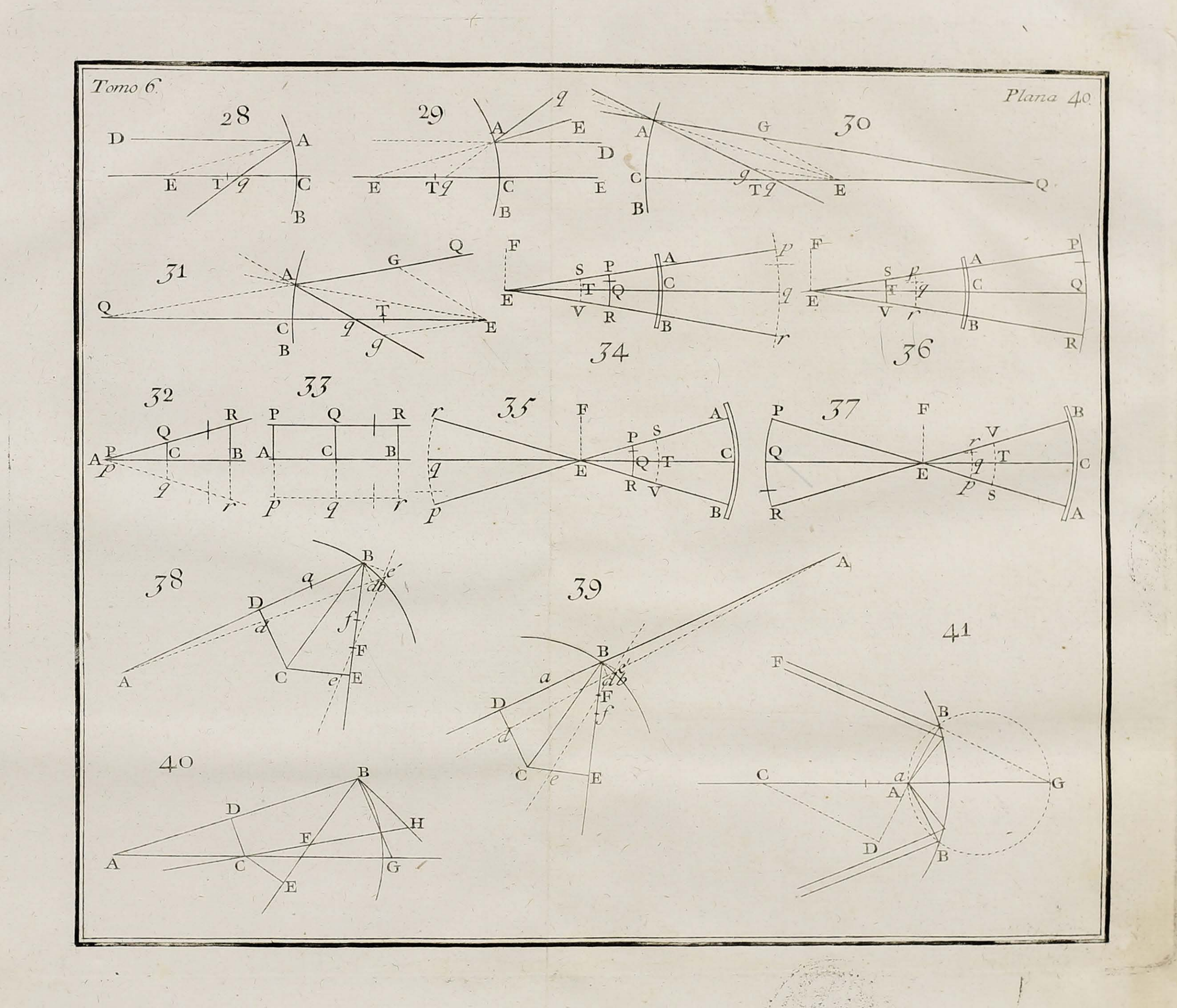
72 *Dado el punto radiante, hallar el focus de los rayos con que hiere la circunferencia de un círculo dado, despues que dichos rayos han padecido un número determinado de reflexiones.*

42. Sea *ABCDE* el camino de un rayo reflectido en los puntos *B*, *C*, *D* de la circunferencia de un círculo. Bágense desde el centro *S* á las partes estremas *AB*, *DE* de dicho rayo, las perpendiculares *SI*, *SN*; tómense desde *I* y *N* ácia *B* y *D*, primero y último puntos de reflexion, *IT* y *NV* que tengan con *IB* ó *ND* la misma razon que la unidad con el duplo del número de reflexiones; y supongamos que los rayos incidentes salen del punto *A* de la línea *AB*; si hacemos $TA : TI :: VN : VH$, y colocamos *VH* respecto de *VN* en la misma direccion que está *TA* respecto de *TI*, el punto *H* será el focus despues de todas sus reflexiones.

Porque supongamos que el rayo infinitamente próximo *Abcde* esté cortado en *i*, *l*, *m*, *n* por las perpendiculares *SI*, *SL*, *SM*, *SN* tiradas á las partes *AB*, *BC*, *CD*, *DE* del rayo *ABCDE*, y que estén en *F*, *G*, *H* los focus ó intersecciones de dichos dos rayos. Desde los puntos *B*, *C*, *D* tírense á las partes *Ab*, *bc*, *cd* del rayo *Abcde*, las perpendiculares Bb', Cc', Dd', y á *bc*, *cd*, *de* las perpendiculares *Bq*, *Cr*, *Ds*. Estas últimas perpendiculares *Bq*, *Cr*, *Ds* son iguales respectivamente con las primeras Bb', Cc', Dd', co-

mo





28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41

mo se echa de ver por lo probado (66). Pero ya que Fig. FB, FL, FC son entre sí como Bq, Ll, Cc', y $FB + 2FL = FC$, $Bq + 2Ll = Cc'$ ó Cr; será tambien por lo mismo $Cr + 2Mm = Dd'$ ó Ds, y así prosiguiendo. Por consiguiente, una vez que por lo probado (66) Ii, Ll, Mm son iguales, las perpendiculares Bq, Cr, Ds están en progresion arismética, y lo están tambien sus iguales Bb', Cc', Dd', siendo $2Ll$ ó $2Ii$ su diferencia comun. Luego si representa n el número de cuerdas BC, CD que juntan los puntos donde el rayo es reflectido antes de llegar á H, tendremos $Bb' + 2n.Ii = Ds$ subtensa del ángulo DHS, y por consiguiente Ii ó $Nn : Bb + 2n . Ii :: NH : HD$, que viene á ser $2n . Ii : Bb' + 2n . Ii :: 2n . NH : HD$, de donde inferiremos $2n . Ii :: Bb' :: 2n . NH : HD - 2n . NH$, y por consiguiente $Ii : Bb'$, ó $AI : AB :: NH : HD - 2n.NH$, y finalmente $AI : IB :: NH : HD - 2n.NH - NH$, ó $ND - 2n . NH - 2NH$. Luego $AI : \frac{1}{2n+2} IB :: NH : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; y por tanto $AI + \frac{1}{2n+2} IB : \frac{1}{2n+2} IB :: \frac{1}{2n+2} ND : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; quiero decir, que tomando $IT = \frac{1}{2n+2} IB$, y $NV = \frac{1}{2n+2} ND$, tendremos $TA : TI :: VN : VH$; pero $2n + 2$ ó $2(n + 1)$ es el duplo del número de reflexiones que padece el rayo AB, porque el número de reflexiones es siempre una unidad mayor que el número de las cuerdas comprendidas entre las reflexiones estremas.

73 Síguese de aquí 1.° que si fuere fija la posicion de AB, VH será recíprocamente como TA; y por consiguien-

Fig. guiente V es el focus de los rayos que vienen paralelamente á AB, y T el focus de los rayos que vienen paralelamente á ED; y estos focus principales se hallan como antes, tomando IT que tenga con IB la misma razon que la unidad con el duplo del número de reflexiones.

74 2.° Las subtensas perpendiculares Ii, Ll, Mm de los pequeños ángulos A, F, G &c. son iguales. Y los pequeños arcos Bb, Cc, Dd &c. están en progresion arismética, del mismo modo que las perpendiculares Bb', Cc', Dd' &c. por ser semejantes los pequeños triángulos rectángulos Bbb', Ccc', Ddd'.

De las Causticas por Reflexion.

43. 75 Si un número infinito de rayos incidentes AB, AB &c. que todos están en un mismo plano, no concurren en un punto ó focus único, despues de su última reflexion, y se cortan mutuamente en una infinidad de puntos, la curva FFF que cada uno de los rayos reflejos tocare, prolongados si fuere menester, se llamará *Caustica por Reflexion.*

76 Por egemplo, las intersecciones succesivas de los rayos contiguos de un manojo grande reflectido por una superficie cóncava, esférica ó cilíndrica, forman una caustica. De estas causticas se pueden ver algunas en la superficie de la leche, ó en una mezcla blanquizca y opaca de licores contenidos en una taza de porcelana blanca, ó en el fondo de una caja vacía de tabaco, bien bruñida por adentro, ácia los bordes, quando la dá la luz de una bugía, del sol, ó de una ventana apartada.

Fi-

77 Figurémonos que, manteniéndose fijos los puntos de incidencia, todas las lineas trazadas por los rayos reflejos se arrimen al centro hasta concurrir todas en el focus del manojo; si despues de esto suponemos que los rayos vuelvan atrás por las mismas lineas, todos se apartarán, despues de esta segunda reflexion, del punto de donde vinieron primero, é irán, caminando ácia el centro, al lado opuesto al lado de donde venian. Los rayos esteriores cuyas primeras intersecciones con el ege eran las mas apartadas del centro, cortarán en el nuevo supuesto el ege del otro lado de dicho centro en puntos que se le arrimarán mas. Luego quando el cuerpo luminoso estuviese entre el focus principal y el centro, se formará otra caustica mas allá del centro. Fig. 44. 45.

78 Por lo qual, si el punto luminoso se mueve poco á poco ácia la superficie reflectente, en llegando al focus principal, los rayos mas próximos al ege se reflecten primero paralelos al ege, y luego despues divergen respecto de un punto de dicho ege detras de la superficie, los rayos mas próximos á estos llegan á ser tambien paralelos al ege, y despues se hacen divergentes respecto de otro punto del ege detrás de la superficie, como el primero, pero algo mas lejos. Por consiguiente, cada par de rayos reflejos y contiguos, prolongado detras de la superficie reflectente, cortará el ege antes de cortarse; y de estas intersecciones succesivas, de cada una de las quales los rayos divergen de dos en dos, resultará detras de la superficie una caus- 45. 46. 47. 48.

ti-



Fig. tica *imaginaria* que forma un ángulo agudo en el focus, y se vá apartando del ege, al paso que se aparta de la superficie.

79 Supongamos que, manteniéndose fijos los puntos
48. de incidencia, los rayos en vez de cortar el ege en dife-
49. rentes puntos, conforme pinta la primera de las dos figuras que citamos, se encuentran en solo el punto Q, conforme se vé en la segunda de las mismas figuras, y vayan, divergiendo de dicho punto, á dar en el lado convexo de la superficie reflectente, sus prolongaciones, despues de la reflexion, lejos de juntarse en el punto q, de donde dichos rayos venian primero, se apartarán todos de él, y engendrarán con sus intersecciones una caustica imaginaria; y las intersecciones del ege, y de los rayos mas apartados de dicho ege, que antes se hacian lo mas lejos de la superficie, se harán lo mas cerca de ella, despues de la reflexion (47).

80 En todas estas causticas por reflexion (lo propio se verifica en las causticas por refraccion, conforme se verá mas adelante) engendradas por superficies planas y esféricas, el concurso de dos rayos contiguos prolongados, quando es menester, siempre está mas lejos del ege, á medida que sus puntos de incidencia están mas lejos del mismo ege. Es de notar que si un manojo ó cono de rayos dá en un plano reflectente, los rayos reflejos no engendran caustica ninguna, porque divergen exactamente de un punto único (43).

De

81 De todo lo dicho hasta aquí se sigue, que una superficie esférica, de la qual se sabe que la curvatura es la misma en todos sus puntos, no puede reflectir los rayos de un manojo algo grande en solo un punto, y que para que una simple superficie cause este efecto, se ha de volver menos curva, ó aplanarse gradualmente, á medida que se aparta de su ege (76) conforme pinta la figura. Sin embargo la reflexion que causan las superficies esféricas, arrima y aprieta, digámoslo así, los rayos del medio unos con otros de tal manera, y los rayos esteriores á aquellos están esparramados en tan corta cantidad sobre un plano perpendicular al ege, puesto en el focus de los primeros, que la confusion que resulta en la imagen de su mezcla con los rayos de los demás manojos, es pocas veces sensible, quando el vidrio tiene una abertura mediana. Y como la diferente refringibilidad de los rayos de diferentes colores, de que tratarémos en adelante, causa aberraciones mucho mayores que las que ocasiona la esfericidad, es escusado cansarse en dar á los vidrios una figura distinta de la esférica, particularmente si se consideran las dificultades casi insuperables que no permiten conseguirlo. Fig. 50.

82 De la definicion, que hemos dado (75) de las causticas, se sigue 1.º que si suponemos dos tangentes qualesquiera *BF*, *BF* que se cortan mutuamente en *G*, se arrimen una á otra hasta confundirse, los puntos de contacto y de interseccion se arrimarán unos á otros, y al fin coincidirán. Por donde se echa de ver que un rayo reflejo toca 43.

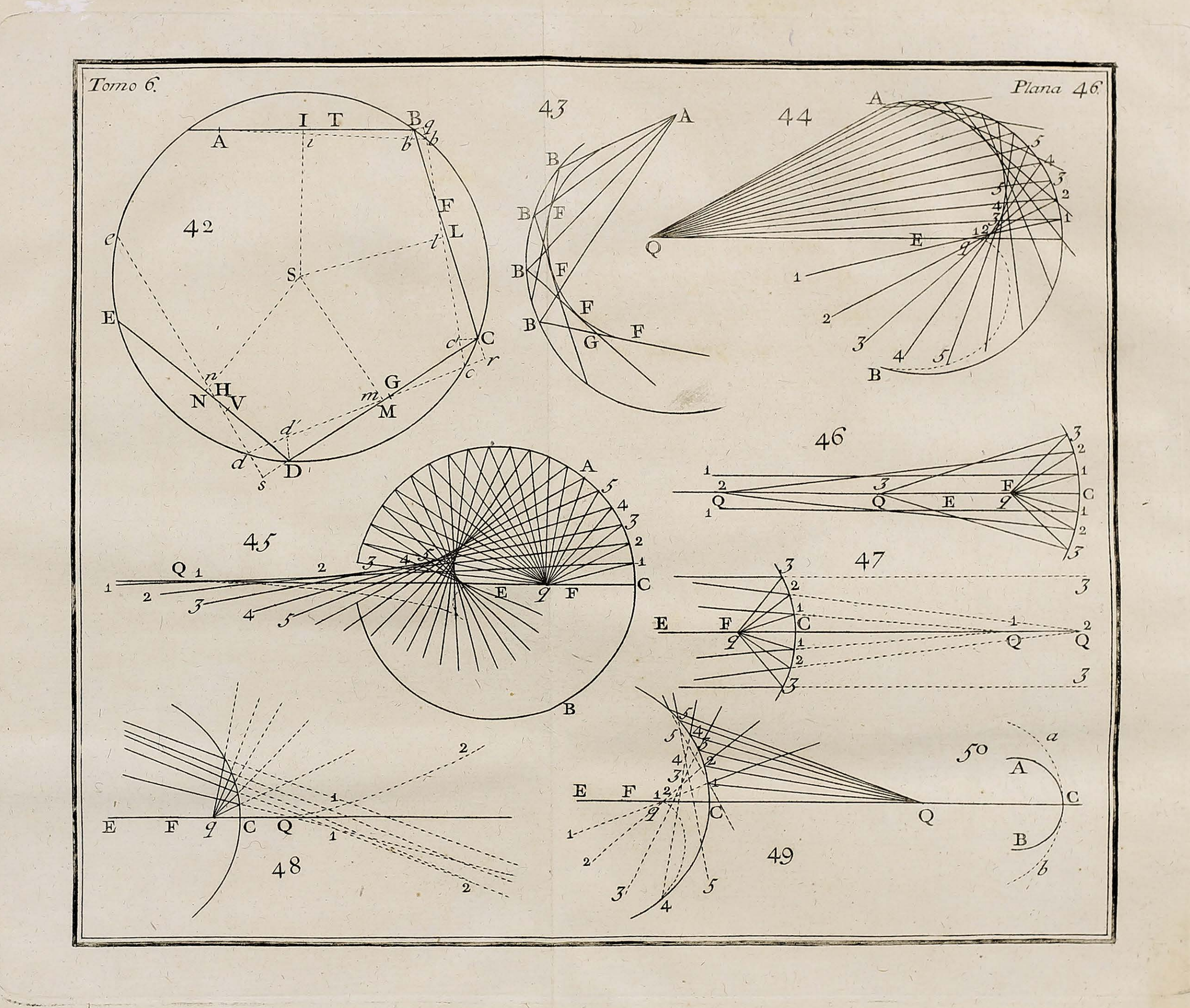
Fig. la caustica en el punto donde su interseccion con el rayo mas inmediato se desvanece, quando se supone que coinciden.

8 3 2.º Luego si imaginamos que dos rayos incidentes, infinitamente próximos uno de otro, giran en el plano de incidencia, al rededor del punto *A* de donde vienen, el focus *F* ó el punto de interseccion de los rayos reflejos, trazará la caustica de que hablamos que se llama real ó *imaginaria*, segun fuere *F* el focus de rayos convergentes ó divergentes.

51. 8 4 *Supongamos que sea* A *el punto del qual salen los*
52. *rayos que dán en un círculo* b′BH *cuyo centro es* C. *Si en el*
53. *ángulo de incidencia* ABC, *ó en su suplemento se tira por el*
54. *punto* A *una linea* AI *igual al rayo incidente* AB; *el rayo reflejo* BF *será paralelo á* AI; es evidente.

8 5 Luego 1.º Si tiramos el ege *AC*, que corta perpendicularmente el círculo en *b′* y *B*, y las lineas *AL*, *AL* que le tocan en *L* y *L*; los puntos *L*, *L* dividirían la circunferencia en dos arcos, de los quales el uno *LBL*, que es el mas distante de *A*, será cóncavo ácia *A*, y el otro *Lb′L*, el mas inmediato á *A* será convexo ácia el mismo punto. Y quando el punto *B* cae en *L*, cae tambien alli mismo el punto *I*, y el rayo reflejo se mueve en la direccion del rayo incidente.

8 6 2.º Tírense en el círculo reflectente dos lineas *AH*, *AH* iguales ambas á la distancia *AC* del punto radiante *A* al centro; los rayos reflectidos por el arco mas distan-


42
43
44
45
46
47
48
49
50

tante HBH convergirán ácia el ege AC, y los rayos reflec- Fig.
tidos por el arco mas inmediato $Hb'H$, divergirán del mismo ege; y como los dos rayos HF, HF que son reflectidos en los puntos H, H son paralelos al ege AC, separarán los rayos convergentes de los divergentes.

Porque si suponemos que el rayo AB se arrime á AH, y coincida con esta linea, la linea AI se acercará tambien á AC, y se confundirá con ella; y entonces el rayo reflejo BF, que siempre es paralelo á AI, llegará á ser paralelo AC. Pero mientras AB es mas corta que AH ó AC, $AI = AB$ es tambien mas corta que AC, y está por consiguiente del mismo lado del ege AC que AB: por manera que el rayo reflejo BF, siendo paralelo á AI, diverge del ege AC. Y al contrario, mientras AB es mas larga que AH ó AC, su igual AI es tambien mas larga que AC, y está por consiguiente del lado del ege AC, opuesto al lado donde está AB; y así por ser BF paralela á AI, convergirá entonces ácia el ege AC.

87 3.° De donde se infiere, que quando la distancia del punto radiante A al centro es menor que la mitad del radio, los rayos que reflecte todo el círculo convergen todos ácia el ege AC.

88 Todo esto presupuesto, especifiquemos los varios casos que pueden ocurrir en la consideracion de las causticas por reflexion.

CASO I. Sea el punto A de donde vienen los rayos 55.
incidentes, fuera del círculo reflectente $LBLb'$; sean las rectas AL, AL que tocan dicho círculo en L y L. Si supone-

Fig. nemos que el punto de incidencia B trace el arco $LBBL$ cóncavo ácia el punto A, el focus F de una espiga infinitamente delgada trazará al mismo tiempo una caustica real $LFFL$ (83); y mientras el punto de incidencia b' trazare el arco $Lb'b'L$, convexo ácia A, el focus F' trazará una caustica imaginaria $LF'F'L$ (83). Ambas causticas están compreendidas en el círculo reflectente, y cada una de ellas se compone de dos partes semejantes é iguales, situadas á cada lado del ege AC, en el qual dichas dos partes se juntan al uno y otro lado del centro C, formando una punta ó retroceso en F y F'. Todo esto viene á ser una consecuencia de lo probado (66), pues por lo que allí digimos $Bf = Ba = \frac{1}{4}Bb'$, y $Aa : aB :: Bf : fF$, de modo que mientras AB y Ab' se mueven desde AL ácia el ege AC, la tangente BF crece continuamente.

56. 89 II. Si el punto radiante A estuviere infinitamente lejos, la tangente BF de la caustica será en todas partes igual con Bf ó Ba, ó al $\frac{1}{4}$ de la cuerda Bb' trazada por el rayo incidente.

57. 90 III. Si el punto radiante A estuviere en la circunferencia del círculo reflectente, la tangente BF de la caustica será igual en todas partes al $\frac{1}{3}$ de la cuerda trazada por el rayo reflexo, ó por el rayo incidente.

Porque siendo Bf ó Ba igual á $\frac{1}{4}AB$, tenemos Aa es á aB como Bf es á fF como 3 es á 1; por manera que $fF = \frac{1}{12}AB$, y por consiguiente $BF = \frac{1}{3}AB$. La caus-

ti-

tica imaginaria desaparece en el caso actual, y las dos partes de la real se juntan en *A* donde tocan el círculo. Fig.

91 IV. Si el punto radiante *A* estuviere dentro del círculo, y su distancia al centro fuese mayor que el $\frac{1}{4}$ del diámetro *b'B* del mismo círculo, los rayos reflectidos por el punto mas inmediato *b'* divergirán de un punto *F'*, de dicho diámetro prolongado (54), que será un punto de retroceso de una caustica imaginaria. Fuera de este punto de retroceso *F'*, y otro correspondiente *F* formado por rayos reflectidos en el otro estremo *B* del mismo diámetro *b'B*, habrá otros dos mas *R* y *S*, uno á cada lado de dicho diámetro. Dichos tres puntos pertenecen á una caustica real, que tiene dos ramos *RF*, *SF*, que se alargan al infinito, y tienen por asýmtotas las lineas *BF* y *BF*; estas asýmtotas lo son tambien de otros dos ramos *F'F*, *F'F* que pertenecen á la caustica imaginaria de que hemos hecho mencion; pero estos ramos están al otro lado de dichas asýmtotas, y prosiguen del lado opuesto al de los ramos reales *RF*, *SF*. 58.

Porque supongamos que el punto de incidencia *B* se mueva en la circunferencia del círculo, empezando desde el punto *b'*; mientras el rayo incidente *AB* es menor que el $\frac{1}{4}$ de la cuerda *BAB*, los rayos reflejos divergen y forman con su concurso, prolongándolos, la caustica imaginaria *F'F* (66); y quando *AB* es igual al quarto de la cuerda, de la qual traza una porcion, el rayo reflejo llega á ser una asýmtota *BF*, ó una tangente de la curva á una distancia infinita; y por consiguiente, quando *AB* es

Fig. mayor que el quarto de la cuerda cuya porcion traza, los rayos reflejos convergen uno ácia otro, y forman un ramo opuesto RF con el movimiento de su focus F, que al principio se arrima al punto de incidencia B, hasta cierto grado, y despues se aparta de él á medida que la cuerda cuya porcion traza el rayo incidente, se hace mayor; por manera que de estos movimientos contrarios de F resulta un punto de retroceso en R, &c.

58. 59. 92 V. Quando el punto A está enmedio del radio $b'C$, hallándose entonces el punto de retroceso F' á una distancia infinita, las asýmtotas BF, BF coincidirán con el ege; y si suponemos que A se acerque al centro C, los dos ramos RF, SF se encontrarán á una distancia finita AF' del lado opuesto á A; por manera que la caustica tendrá quatro puntos reales de retroceso; finalmente, llegando A al centro, la caustica se reduce á un punto que tambien está en el centro.

93 VI. Ultimamente, quando los rayos incidentes caen sobre el lado opuesto del círculo, convergentes ácia A, todas las causticas serán las mismas que antes, con la diferencia de que lo que antes era real será imaginario, y recíprocamente.

94 Muchas de estas causticas se pueden construir del mismo modo que la cycloide con corta diferencia. Por egem-
60. plo, en el caso propuesto (90) donde supusimos el punto radiante A en la circunferencia, y donde la tangente BF de la caustica es el tercio de la cuer da AB del círculo

lo reflectente, divídase un radio qualquiera *BC* en tres partes iguales *CD*, *DE*, *EB*, y desde el centro *C*, y con el radio *CD* trácese un círculo *DK*, que corte en *K* la *AC* prolongada; hecho esto, desde el punto *E* como centro, y con el radio *ED* ó *EB* trácese el círculo *BFD*, que corte en *F* el rayo reflejo *BF*; si el círculo *BFD* rueda por la convexidad del círculo *DK*, el punto dado *F* de dicho círculo mobil trazará la caustica *AFK*. Fig.

Porque si tiramos *EF*, los triángulos isósceles *BEF*, *BCA* serán semejantes, y por ser *BE* el tercio de *BC*, será *BF* el tercio de *BA*, y por consiguiente el punto *F* será uno de los de la caustica (*90*); y yá que los ángulos *DEF*, *DCK*, que son los suplementos de los ángulos iguales *BEF*, *BCA*, son iguales, los arcos *DF*, *DK* trazados con radios iguales, lo serán tambien.

95 La longitud de la parte que se quisiere de una caustica engendrada por una curva qualquiera, es igual á la suma del rayo incidente y del rayo reflejo que termina uno de los estremos de dicha parte, menos la suma del rayo incidente y del rayo reflejo que termina el otro estremo.

Imaginemos que la tangente *BF* es una linea flexible, *61*.
un hilo, por egemplo, tendido en la convexidad de la caustica; por manera que mida la parte á la qual está aplicado. Haciendo la misma construccion que antes (*66*), yá que los triángulos Bbd', Bbe' son iguales, conforme lo probamos allí mismo, el incremento infinitamente pequeño bd' del rayo incidente *BA*, es igual en todas partes con el

Fig. decremento infinitamente pequeño be' del hilo BFF' cuyo estremo F' está asegurado en un punto qualquiera F'; y si el punto B se mueve del lado opuesto, los pequeños decrementos que AB padece, son iguales en todas partes con los incrementos infinitamente pequeños del hilo. Tomando, pues, las sumas correspondientes de estos incrementos ó decrementos, se sigue quando AB, BF están en otro punto qualquiera como Ab', $b'F'$, que quando AB crece, $Ab' - AB = F'F + FB - F'b'$, y que por consiguiente $Ab' + b'F' - AB - FB = FF'$, que es la porcion de la caustica; y que quando AB mengua, $AB - Ab' = Ff' + f'b' - FB$, y que por tanto $AB + BF - Ab' - b'f' = Ff'$.

57. 96 De donde se sigue que en el caso propuesto (90), quando A está en la circunferencia, la longitud de la porcion AF de la caustica es igual á $AB + BF$, esto es á $\frac{4}{3}AB$; y que quando los rayos incidentes son paralelos,
56. como en el caso propuesto (89), la porcion $LF = DB + BF = \frac{3}{2}DB$, siendo DB la mitad de Bb'.

97 Determinemos ahora la densidad de los rayos en un punto qualquiera de una caustica. Sean los rayos inciden-
62. tes AB, Ab reflectidos por un arco muy pequeño Bb de una curva qualquiera BI, cuyo ege es AI, y sean los rayos reflejos tangentes de la caustica FfK en F y f. Desde el punto A como centro, y con un radio qualquiera AC, trácese un arco CpP que corte los rayos incidentes AB, Ab, el uno en P, el otro en p; la densidad de los rayos en el arco

pe-

pequeño Ff será á la densidad uniforme de los mismos rayos en el arco Pp, como Pp es á Ff. Fig.

Porque si suponemos que todos los rayos que dán en el arco Bb sean reflectidos regularmente, habrá cada instante el mismo número de rayos en las lineas Pp, Ff; y por consiguiente su densidad en dichas lineas será recíprocamente como las longitudes de las mismas lineas. Luego si suponemos invariable la longitud del arco Pp, la densidad de los rayos en la pequeña parte Ff será recíprocamente como su longitud.

98 Tírense las líneas PQ, FG perpendiculares al ege AI; si la figura entera gira al rededor de dicho ege, todos los rayos que vienen de A, y son reflectidos por la superficie que trazase la curva BI, tocarán la superficie curva engendrada por el movimiento circular de la caustica $EFfK$; y la densidad de los rayos en una parte qualquiera de dicha superficie, trazada por un arco pequeño Ff, será á la densidad uniforme de los rayos incidentes, en la superficie esférica trazada por el arco CPp, como el producto de Pp por PQ es al producto de Ff por FG.

Porque á cada instante hay un mismo número de rayos en los ánulos trazados por el movimiento circular de las lineas Pp, Ff; y por ser uniformes sus densidades en cada ánulo, son recíprocamente como las estensiones de los mismos ánulos. Pero el ánulo que traza Pp es igual al producto de Pp por la circunferencia que traza el punto P, y el ánulo trazado por Ff es igual al producto de Ff por la cir-

Fig. cunferencia que traza el punto F; y como hay entre estas circunferencias la misma razon que entre sus radios, el primer rectángulo es al segundo :: $Pp \times PQ : Ff \times FG$.

99 Hagamos alguna aplicacion de esta regla. Supongamos, por egemplo, que la superficie reflectente ABI sea una superficie esférica, en cuyo punto A esté el punto radiante, estando su centro en C, y sea el semidiámetro $AP = AC$; la densidad de los rayos en F en la superficie, que es la caustica de la superficie esférica ABI, será á la densidad uniforme de los rayos incidentes, en la superficie esférica CP, como el radio AC es á los $\frac{8}{3}$ de la ordenada FG.

Porque la longitud de la porcion AEF de la curva AFK, que es la caustica de la semicircunferencia ABI, es igual á $\frac{4}{3}AB$ (96), y por consiguiente una parte infinitamente pequeña Ff de dicha caustica es igual á los $\frac{4}{3}$ de la parte infinitamente pequeña correspondiente de AB, quiero decir que $Ff = \frac{4}{3}bd'$. Tírese la CD perpendicular á AP, que será $= PQ$; por ser semejantes los triángulos PpA, $Bd'A$, y $Bd'b$, BCD, y porque la razon de Pp á Ff se compone de las razones de Pp á Bd', de Bd' á bd', y de bd' á Ff, se compondrá de las razones de AP á AB ó $2BD$, de BD á CD, y de 3 á 4, y será por consiguiente igual á la razon simple de $3AP$ á $8CD$ ú $8PQ$. Luego (98) la densidad en F es á la densidad en P ó C como $3AP \times PQ$ es á $8PQ \times FG$, ó como AC es á $\frac{8}{3}FG$.

100 Síguese de aqui que tirando bH perpendicular al

al ege *ACI*, la densidad en el punto *F* de la superficie curva que es la caustica de la superficie esférica, es como su ordenada *FG*, ú como el rectángulo de *bH* y *HI*. Fig.

Porque es sumamente facil demostrar que *FG* es á *bH* como *HI* es á $\frac{3}{2}IC$. De donde resulta que la densidad de los rayos es infinitamente mayor en los puntos *K* y *A* del ege, que á una distancia finita qualquiera del ege.

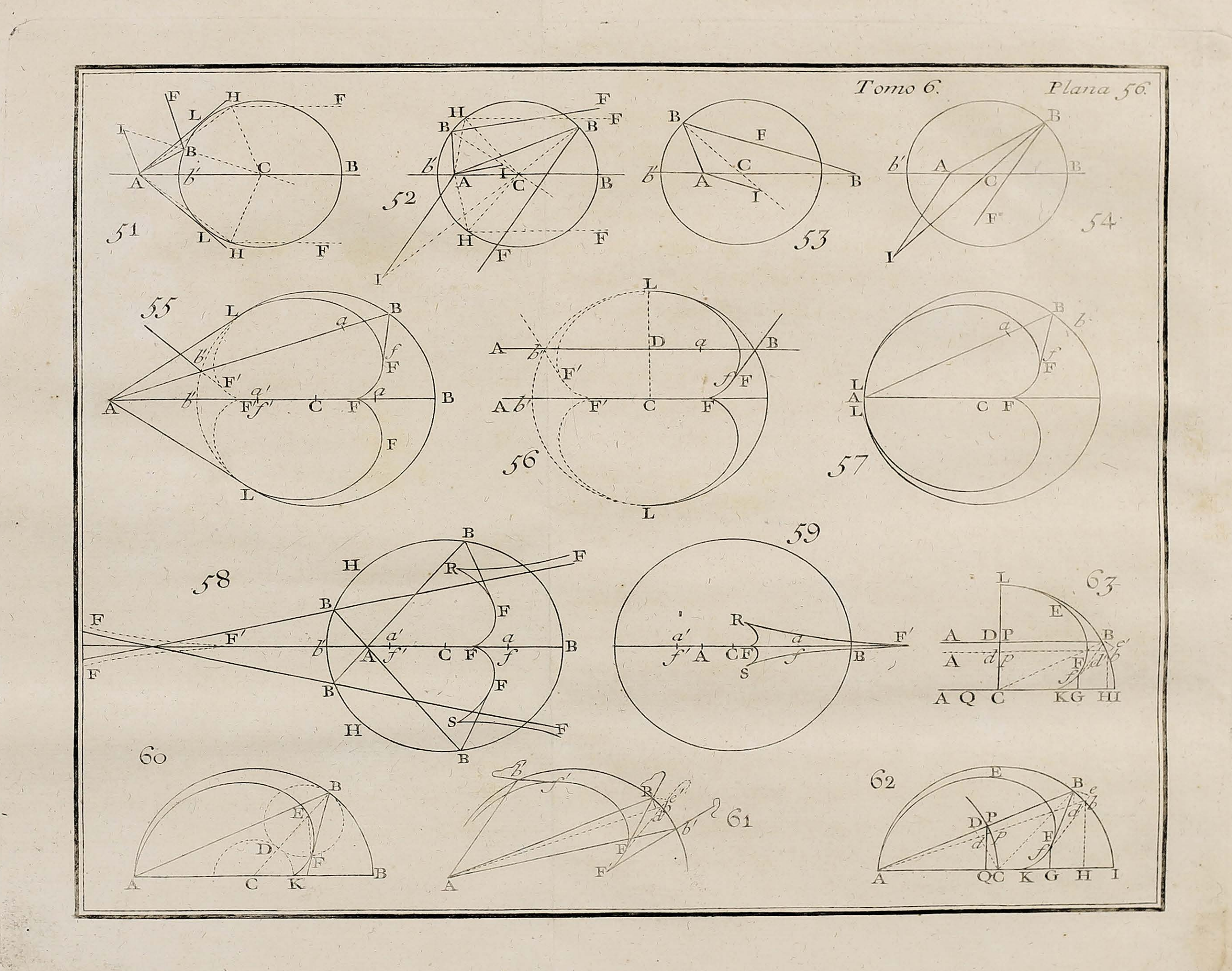
101 Quando el punto radiante *A* está á una distancia infinita de la superficie esférica reflectente *LBI*, la densidad de los rayos en un punto qualquiera *F* de la superficie curva que es su caustica, engendrada por la revolucion de la caustica *LFK* al rededor del ege *ACI*, es á la densidad uniforme de los rayos incidentes en un plano perpendicular *CDL*, como *BD* es á *FG*, esto es, como el coseno del ángulo de incidencia es á la ordenada tirada por el punto *F*. 63.

Porque la porcion *LEF* de la caustica es igual (96) á $\frac{3}{2}BD$; de suerte que $Ff = \frac{3}{2}bd'$. Pero *Pp* es á *Ff* en razon compuesta de *Pp* ó *Bd'* á *bd'* y de *bd'* á *Ff*, esto es de *BD* á *DC*, y de 2 á 3. Luego la densidad en *F* es á la densidad en *D* como $2BD \times PQ$ es á $3CD \times FG$, ó como *BD* es á $\frac{3}{2}FG$.

102 Luego la densidad en *F* es directamente como *BD* y reciprocamente como *FG*, ó directamente como *BD* y recíprocamente como el cubo de *CD*; porque se prueba que *FG* es á *CD* como $(CD)^2$ es á $(CI)^2$. De donde se sigue que la densidad de los rayos es infinitamente mayor

Fig. yor en K, que quando la ordenada FG es de una longitud finita.

1 0 3 Manifiestan estas reglas en qué proporcion está el calor de los rayos en cada parte de la caustica, y tambien su razon con el calor de los rayos incidentes sobre una superficie perpendicular: suponiendo sin embargo que el calor de los rayos en una superficie qualquiera sea proporcional á su densidad, sea la que fuere su inclinacion mutua.


51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63

DE LA LUZ REFRACTA, Ó DE LA DIÓPTRICA. Fig.

104 El esperimento que propusimos (34) manifiesta los fenómenos fundamentales de la Dióptrica del mismo modo que los de la Catóptrica.

Estando, pues, todo dispuesto, conforme alli digimos (34), tírese en la tabla *KLMN* la recta *AB* que corta *CP* en *D*. Se tomarán en *DB* y *CS* las partes *DH* y *CI* ambas iguales á los tres quartos de *DA*; por los puntos *H*, *I* tírese la recta *HIE*, que encuentra la circunferencia en *E*; y *EF* tirada desde *E* perpendicularmente á *PQ*, será igual á *DH*, ó á los tres quartos de *DA*. Si plantando despues un alfiler en *E*, se mete la tabla dentro del agua, y se pone el ojo en la linea en que están los alfileres *A* y *C*, se verá el alfiler *E*. La refraccion que padece en *C* el rayo que sale de dicho alfiler, le precisa, pues, á que ande la recta *CA*; y por consiguiente al pasar del agua al ayre la razon de refringencia es de 3 á 4. Si se plantan otros alfileres en la linea *CE*, se verán todos en la prolongacion de *AC*, y toda la linea *CE* se vé dentro del agua como si fuese la recta *AC* continuada. Esto prueba que el rayo que viene desde el alfiler *E* anda una linea recta dentro del agua, y se refringe solamente en su superficie. Al contrario, si estuviese el sol á la altura correspondiente para que la sombra del alfiler *A* coincida 64.

con

Fig. con *AC*, se reparará que la sombra refringida coincidirá con *CE*.

65. 105 Veamos ahora cómo se hace la mudanza de direccion en un rayo de luz que padece refraccion. Imaginemos como antes (104) que el papel en que está trazada la figura esté colocado perpendicularmente á la superficie de una agua mansa, y que en el punto *C* de su interseccion con *RS* dá un rayo de luz que se mueve en el ayre en la direccion *AC*. Suponiendo entonces *PCQ* perpendicular á la superficie del agua, y que el rayo que viene por *AC* entra en el agua en *C*, lejos de proseguir su camino se desvía en *C*, y traza una recta *CE*, formando con la perpendicular *CQ* un ángulo *ECQ* menor que el ángulo *ACP*; y *CE* está siempre puesta de tal modo, que si desde *C* como centro se traza un círculo que corte *CA* en *A*, y *CE* en *E*; las perpendiculares *AD*, *EF* tiradas á *PQ* desde los puntos *A* y *E*, están siempre en una misma razon, sea el que fuere el ángulo *ACP*. En el paso del ayre al agua *EF* es siempre los $\frac{3}{4}$ de *AD*.

106 El rayo *AC* se llama el *Rayo incidente*; *CE*, el *Rayo refracto ó refringido*; *PCQ*, la *Perpendicular de incidencia*; *ACP*, el *Ángulo de incidencia*; *ECQ*, el *Ángulo de refraccion*; *AD*, el *Seno de incidencia*, y *EF*, el *Seno de refraccion*.

107 *Si un rayo despues de haber sido refringido vuelve directamente atrás ácia la superficie refringente hasta encontrar el punto de incidencia, padece otra refraccion que*

le

le obliga á seguir la misma direccion que seguia quando vino á dar en la superficie. Fig.

108 *Al pasar de un medio raro á otro mas denso, la refraccion arrima el rayo á la perpendicular, ó lo que viene á ser lo propio, el ángulo de refraccion es menor que el ángulo de incidencia.*

109 *El seno de incidencia* AD *y el seno de refraccion* EF *están exactamente, ó con muy corta diferencia, por lo menos, en una razon constante.*

Y así, si otro rayo *aC* se refringe en la direccion de 64.
la recta *Ce*, y tiramos los senos *ad*, *ef*, la razon de *ad* á *ef* será la misma que la de *AD* á *EF*. Quando la refraccion se hace del ayre al agua, hemos visto (104) que el seno de incidencia es al seno de refraccion como 4 á 3, con corta diferencia; al pasar del ayre al vidrio, la razon entre estos senos es de 3 á 2, ó con mas precision como 31 á 20.

110 De la última regla se sacan las consecuencias 64.
siguientes. 1.° *Quando el ángulo de incidencia* ACP *cre-* 65.
ce, el ángulo de refraccion correspondiente ECQ *crece tam-* 66.
bien, porque si sus senos *AD*, *EF* no creciesen ambos á un tiempo, no permaneceria entre ellos la misma razon. Y así, *si el ángulo de incidencia mengua, el ángulo de refraccion padecerá una diminucion correspondiente.*

111 2.° *Que quando un rayo dá perpendicularmente en una superficie refringente, no se desvía, y prosigue su camino en la prolongacion de la perpendicular que seguia quando llegó al punto de incidencia.*

3.°

Fig. 112 3.° *Que la inflexion del rayo refracto es tanto mayor quanto mayor es el ángulo de incidencia.*

65. Prolónguese *AC* hasta *G*, el arco *EG*, y el ángulo *ECG* crecerán sin cesar por el aumento continuo del ángulo *ACP*, como es facil probarlo con hacer la consideracion siguiente. Si el ángulo de incidencia, al paso del ayre al agua, fuese recto con corta diferencia, y fuese por consiguiente el rayo incidente paralelo con muy corta diferencia, á la superficie del agua, el desvío que esperimen-
66. tará el rayo en *C*, ácia *EC*, es tan grande como le representa la figura, en la qual el seno de refraccion *EF*, que siempre es los $\frac{3}{4}$ de *AD*, es en el caso actual con corta diferencia los $\frac{3}{4}$ del radio del círculo; lo que dá cerca de $48^\circ \frac{1}{2}$ para el ángulo de refraccion *ECQ*, y por consiguiente cerca de $41^\circ \frac{1}{2}$ para su complemento *ECS* que mide lo que el rayo se aparta del rumbo que seguia al llegar á la superficie del agua. Si el rayo pasare del ayre al vidrio, el desvio será todavia mayor, por ser la razon de refringencia que es de 31 á 20 mayor que la de 4 á 3. En este nuevo supuesto hallaremos cerca de 40° para el ángulo *ECQ*, y 50° para el ángulo *ECS*.

113 Si el rayo tuviese que volver atrás ácia *EC*, es evidente que la refraccion le dirigirá por la recta *CA*, y que por consiguiente se desviará la misma cantidad; pero si el ángulo de incidencia *eCQ* fuese algo mayor que $48^\circ \frac{1}{2}$ en el agua, ó que 40° en el vidrio, el rayo *eC* no podrá pasar al ayre, y la refraccion será imposible, entonces se re-

reflectirá en la direccion *Cf*, formando el ángulo de refle- Fig.
xion *QCf* igual al ángulo de incidencia *QCe*. *Hay, pues, límites para los angulos de incidencia, correspondientes á la naturaleza de los medios, pasados los quales no se verifica la refraccion, y se transforma en reflexion.*

114 Representa *QC* una espiga de rayos paralelos, 67.
que dán oblicuamente en un plano refringente *ACB*. Estos 68.
rayos despues de refringidos guardan su paralelismo, pues siendo todos iguales entre sí los ángulos de incidencia, lo serán tambien los ángulos de refraccion (110). Por lo mismo, si dichos rayos fueren refringidos otra vez por otro plano refringente paralelo ó inclinado al primero, saldrán tambien paralelos. Bien que para esto es preciso, conforme veremos mas adelante, que los rayos sean todos de un mismo color.

115 Los rayos de una espiga *QAB* que vienen di- 69.
vergentes de un punto *Q*, para dar en un plano refringen- 70.
te *ACB*, toman al atravesarle las mismas direcciones que si vinieran directamente, y sin rodeo de otro punto *q* colocado en el rayo *QC* perpendicular al plano.

Porque este rayo atraviesa la superficie sin romperse, siendo así que los demás como *QA* es preciso que se desvien, y se desvian tanto mas quanto dán en puntos mas apartados de *C* (112), porque los ángulos de incidencia *QAE*, y por lo mismo los ángulos de refraccion correspondientes, crecen en proporcion (110). Por esta razon, todos los rayos refractos divergen con muy corta di-

fe-

Fig. ferencia de un punto *q* puesto del mismo lado que *Q* respecto de la superficie *AB*.

69. Si la superficie refringente termina una masa de vi-
70. drio, *QC* está con *qC* en la primera figura, como 2 á 3, y como 3 á 2 en la segunda. Si termina una masa de agua, *QC* y *qC* son entre sí en la primera figura como 3 á 4, y como 4 á 3 en la segunda. Siguen las razones de refringencia correspondientes á dichos medios (109). Si hiciéramos convergir los rayos incidentes ácia *q*, es evidente que despues de la refraccion concurrirán en *Q*.

71. 116 Lo que dejamos dicho (45) se puede
72. aplicar con facilidad á la formacion de una imagen *pqr* de un obgeto *PQR* por un plano refringente *ACB*, con solo tener presente que todas las razones de *Ap* á *AP*, de *Br* á *BR* son iguales.

73. 117 Las figuras citadas á la margen pintan las
74. circunstancias que caracterizan la refraccion de una espiga
75. de rayos paralelos que dán en una superficie esférica re-
76. fringente *ACB*. Manifiestan como la refraccion dispone dichos rayos para que converjan ácia un punto *T*, ó diverjan de él. El rayo *QC* que pasa por el centro de la superficie, y la encuentra perpendicularmente, la atraviesa sin romperse, siendo así que los otros que son paralelos á *QC*, la encuentran por causa de su curvatura con diferentes grados de oblicuidad tanto mayores, quanto mas apartados están de *QC*, y por consiguiente se rompen y mudan mas y mas su primera direccion (112). Así se echa de ver, por

po-

poco que se atienda, que los rayos refractos convergen, y se ván á juntar, á lo menos con poca diferencia, en un punto T del rayo QC prolongado, si es menester, quando la refraccion los arrima á dicho rayo, y que ván divergiendo del mismo punto quando la refraccion los aparta. Se puede hallar el rumbo que siguen por medio de una perpendicular EA tirada á un punto A de la superficie, y de la posicion conocida del medio mas denso. De donde se sigue, que *si la superficie del espresado medio fuese convexa, los rayos refractos convergirán ácia* T, *y divergirán si fuese cóncava.* Fig.

Si el cuerpo refringente fuese una masa de vidrio, la mayor de las dos distancias CT, TE será á la menor como 3 á 2; si fuese una masa de agua, serán dichas dos distancias como 4 á 3; quiero decir que habrá entre ellas la razon de refringencia que corresponde á la naturaleza de dichos medios.

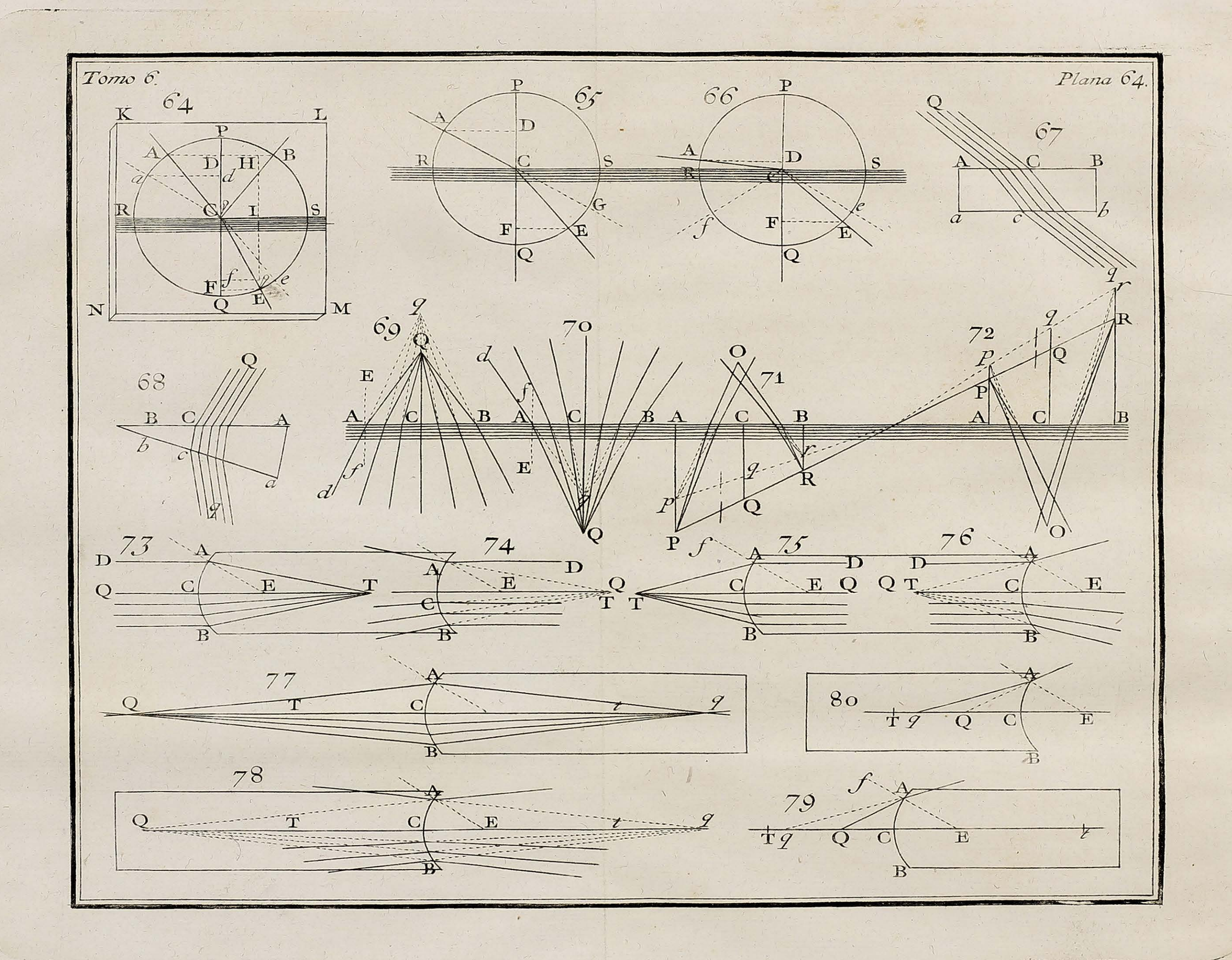
118 Si en los casos que acabamos de considerar su- 77.
ponemos que los rayos incidentes salen del punto T, se ha- 78.
cen paralelos, despues de la refraccion, al rayo perpendicu- 79.
lar TC que pasa por el centro E. Pero si T estuviere en 80.
otra qualquiera parte Q de la recta QC prolongada, si fuere menester, los ángulos de incidencia y refraccion crecerán ó menguarán. Los rayos refractos que eran paralelos á TC se inclinarán por consiguiente á dicha linea, y tendrán su focus q al otro lado de la superficie refringente, si Q estuviere de ella á mayor distancia que T; y si estuviere á me-

Fig. menor distancia, le tendrán del mismo lado que *Q*. El punto *Q*, y su focus *q* tienen muchas propiedades, de las quales la mas notable es la siguiente. Ya que los ángulos de incidencia y refraccion crecen y menguan á un tiempo (110), los puntos *Q* y *q* se mueven siempre de un mismo lado en la linea *QE* prolongada. Luego *quando están de un mismo lado de la superficie, ó del centro, si el uno se aparta de ella, ó se la arrima, el otro se aparta tambien, ó se la acerca*, y por consiguiente si se la acercan, se arrimarán continuamente mas y mas uno á otro, hasta que por fin coincidan ambos en el centro, ó en la superficie quando
77. el arco *AC* fuese muy pequeño. *Si los puntos* Q, q *estu-*
78. *vieren en lados distintos respecto de la superficie, quando el uno se acercare, el otro se apartará, y al reves.*

81. 119 Las figuras citadas manifiestan como la imagen
82. *pqr* de un obgeto *PQR* se forma de diferentes manojos de
83. rayos refringidos por una superficie esférica, cuyos eges son *PEp*, *QEq*, *REr*. Las propiedades de estas imágenes son las mismas que las de las imágenes procedentes de la reflexion que padece la luz en una superficie esférica; y por consiguiente para enterarse de lo que corresponde á las primeras, se ha de acudir á lo dicho (49).

84. 120 Un rayo de luz *EF* que dá oblicuamente en un pedazo de vidrio, ú otro medio qualquiera terminado por dos planos paralelos *AB*, *CD*, sale de él, despues de dos refracciones, la una en *F*, la otra en *G*, paralelamente á su primera direccion *EF*.

Por-


Tomo 6.
Plana 64.
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80

Porque como la recta *FG* que el rayo traza al atravesar el vidrio, está igualmente inclinada á los dos planos paralelos que le terminan, es evidente que ha de ser igualmente quebrantada en *F* y *G*; y como lo es en direcciones contrarias, síguese que sus dos partes *EF* y *GH* que representan el camino del rayo antes de entrar, y despues de salir del medio, son paralelas. Fig.

121 Las rectas que trazan el rayo incidente *EF*, y el rayo emergente *GH*, prolongadas, están tanto mas inmediatas una á otra, quanto mas delgado es el vidrio, y quanto menos oblicuamente le dá el rayo incidente, porque entonces las inflexiones en *F* y *G* son menores. Luego si el vidrio en vez de ser plano fuese un poco curvo, las rectas *EF*, *GH* serán tambien con corta diferencia paralelas. Porque el rayo *EFGH* es quebrantado por las superficies curvas *AB*, *CD*, como lo sería por dos planos que tocasen dichas superficies en *F* y *G* (39). Pero estos planos son paralelos, ó poco falta, pues suponemos *FG* poco inclinada entre dichas superficies. 85.

122 Suele llamarse *Lente* un vidrio que tiene uno de sus lados *EF* plano, siendo el otro *ACB* una porcion de la superficie de una esfera, ó cuyos dos lados *ACB*, *EDF* son porciones de dos superficies de unas mismas, ó de distintas esferas. Muchas veces se le llama simplemente *Vidrio*. 86. hasta 91.

El *Ege* de una lente ó de un vìdrio es una recta que le atraviesa perpendicularmente en su mayor ó menor grue-

Fig. so ; pasa por consiguiente por los centros *G* y *H* de sus superficies. El *centro* de un vidrio está en medio de la porcion *CD* del ege compreendida dentro del vidrio. La figura 8 6 representa un vidrio plano convexo ; la 8 7 , un vidrio plano cóncavo ; las figuras 8 8 y 8 9 representan la una un vidrio convexo , y la otra un vidrio cóncavo por ambos lados ; y las figuras 9 0 y 9 1 dos vidrios cóncavos por un lado , y convexos por otro ; el primero se llama *Menisco.* Conviene tener presente que el grueso *CD* de todos estos vidrios es generalmente tan corto, que pocas veces se le lleva en cuenta.

92. 1 2 3 Un vidrio á quien se le dá la figura de un prisma triangular , se llama simplemente *Prisma.* Este vidrio mirado directamente por un estremo tiene la figura de un
93. triángulo *ABC.*

93. hasta 95. 1 2 4 Quando un rayo *EFGH* se quebranta en los dos lados *AB* , *CB* de un prisma , sale mas ó menos inclinado ácia la parte mas gruesa del prisma , segun es mayor ó menor el ángulo refringente *ABC* ; y como este ángulo es invariable , *la refraccion total del rayo es constante* en qualquiera ángulo que encuentre el prisma , con tal que las refracciones sean pequeñas.

93. Porque si suponemos primero que el rayo *FG* , considerandole quando atraviesa lo interior del prisma , esté igualmente inclinado á los lados *AB* , *BC* del prisma , es patente por la posicion sola de las perpendiculares á dichos lados en los puntos *F* y *G*, que las refracciones que alli padece,

ce, le inclinan indispensablemente ácia el lado *AC*. Fig.

Si suponemos ahora que *FG* llegue á tener inclinacio- 94.
nes desiguales respecto de los lados *AB*, *BC*, y se ponga, girando por grados, en la posicion *fg*, es evidente que mientras su inclinacion respecto del lado *AB* disminuye, crece respecto del otro lado *BC*. Y así, suponiendo que un rayo siga dicha recta variable *fg*, y llegue á atravesar los dos lados del prisma, se quebrantará mas y mas pasando por el lado *BC*, siendo así que saliendo por el lado *AB*, su inflexion irá siempre menguando; por manera que la refraccion total del rayo, igual á la suma de las refracciones particu-
lares que padece en los lados del prisma, se mantendrá con 95.
poca diferencia una misma en todas sus posiciones. Si la recta *fg* prosigue girando, no solamente hasta que el desvío que se hace en *f* sea nulo, sino tambien hasta que se haga en la otra direccion ácia el ángulo refringente *B*, entonces hará que menguen los incrementos continuos que adquiere el desvio mayor que se hace en *g*; y por consiguiente la refraccion total será todavia la misma.

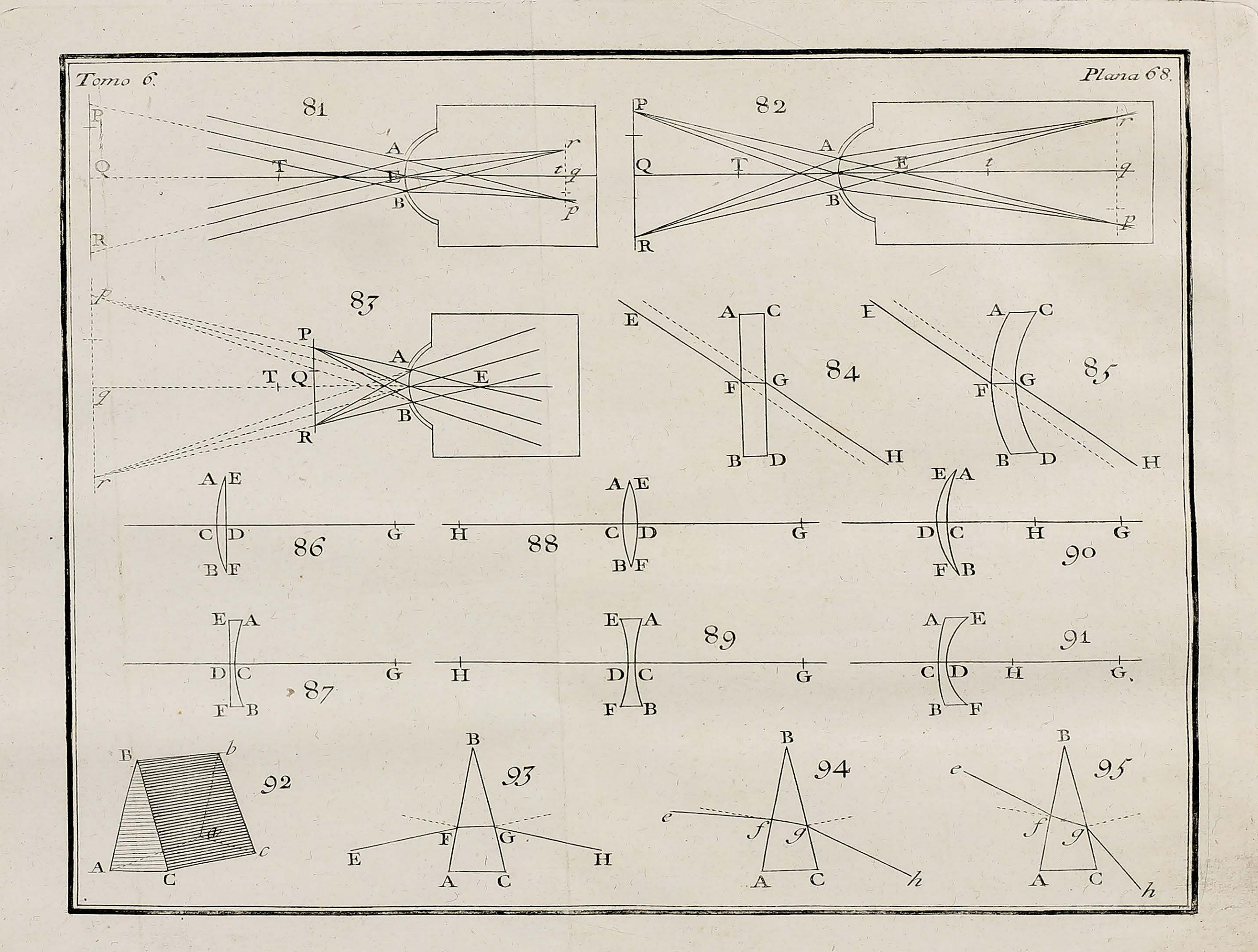
Quando *fg* es perpendicular á *AB*, si el segundo lado 94.
BC se arrima gradualmente al primero *AB*, girando al rededor de *B*, la inclinacion del rayo que traza *fg* sobre el lado *BC*, y por lo mismo su rodeo en *g*, irá siempre menguando, y será últimamente nulo, porque se desvanecerá el ángulo refringente *ABC*. Finalmente, si muchos rayos paralelos encuentran el prisma saldrán de él tambien paralelos (114). Luego la cantidad del desvío de un rayo

Fig. no pende del mayor ó menor grueso de la parte del prisma que atraviesa, ni de sus inclinaciones respecto de los lados de dicho prisma, y solamente es proporcional á la cantidad del ángulo refringente *ABC*, tanto mas exactamente, quanto mas agudo fuese dicho ángulo, y menores las refracciones en sus lados.

96. hasta 103. 125 Por la misma razon, quando un rayo *EFGH* atraviesa una lente convexa ó cóncava cerca de sus bordes, ó una esfera á alguna distancia de su centro, se desvia en su emersion, de su primer rumbo, *inclinándose ácia el mayor grueso del vidrio*; porque las refracciones en *F* y *G* son las mismas que si el rayo encontrara dos planos *FA*, *GC* que tocasen la superficie esférica en *F* y *G* (39), y por consiguiente podemos considerar las superficies de los vidrios como que tienen la misma inclinacion que los lados del prisma.

104. hasta 111. 126 Síguese de los dos últimos artículos, que quanto mas cerca del centro atraviesa un rayo un vidrio, tanto menos se aparta de su direccion al salir; que si pasa por el centro, su parte incidente y emergente son paralelas, ó no forman sino una misma linea quando el rayo coincide con el ege del vidrio. A medida que el rayo *FG* se arrima al centro del vidrio, el ángulo que forman los planos tangentes *FA*, *GC* disminuye, y se desvanece por último, quando llegan á ser paralelos.

127 Quando una espiga de rayos dá en un vidrio, el rayo que pasa por el centro del vidrio se llama el *Ege* de di-



81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95

dicha espiga. Y como sus partes incidente y emergente *EF*, Fig.
GH no forman mas que una misma linea, ó dos lineas paralelas (126), podremos considerar este rayo, en todo el trecho que anda, como una linea recta, de la qual no discrepa sensiblemente quando es tan corto el grueso del vidrio, que se puede despreciar, y no le dá la espiga con demasiada oblicuidad. Porque las paralelas *EF* y *GH* prolongadas, se arriman mas á medida que la recta *FG* es mas corta, y que el rayo es menos quebrantado en *F* y *G*.

128 *Las refracciones totales de los rayos como* EFGH, 112.
efgh *que atraviesan una esfera á iguales distancias de su cen-* 113.
tro, son iguales.

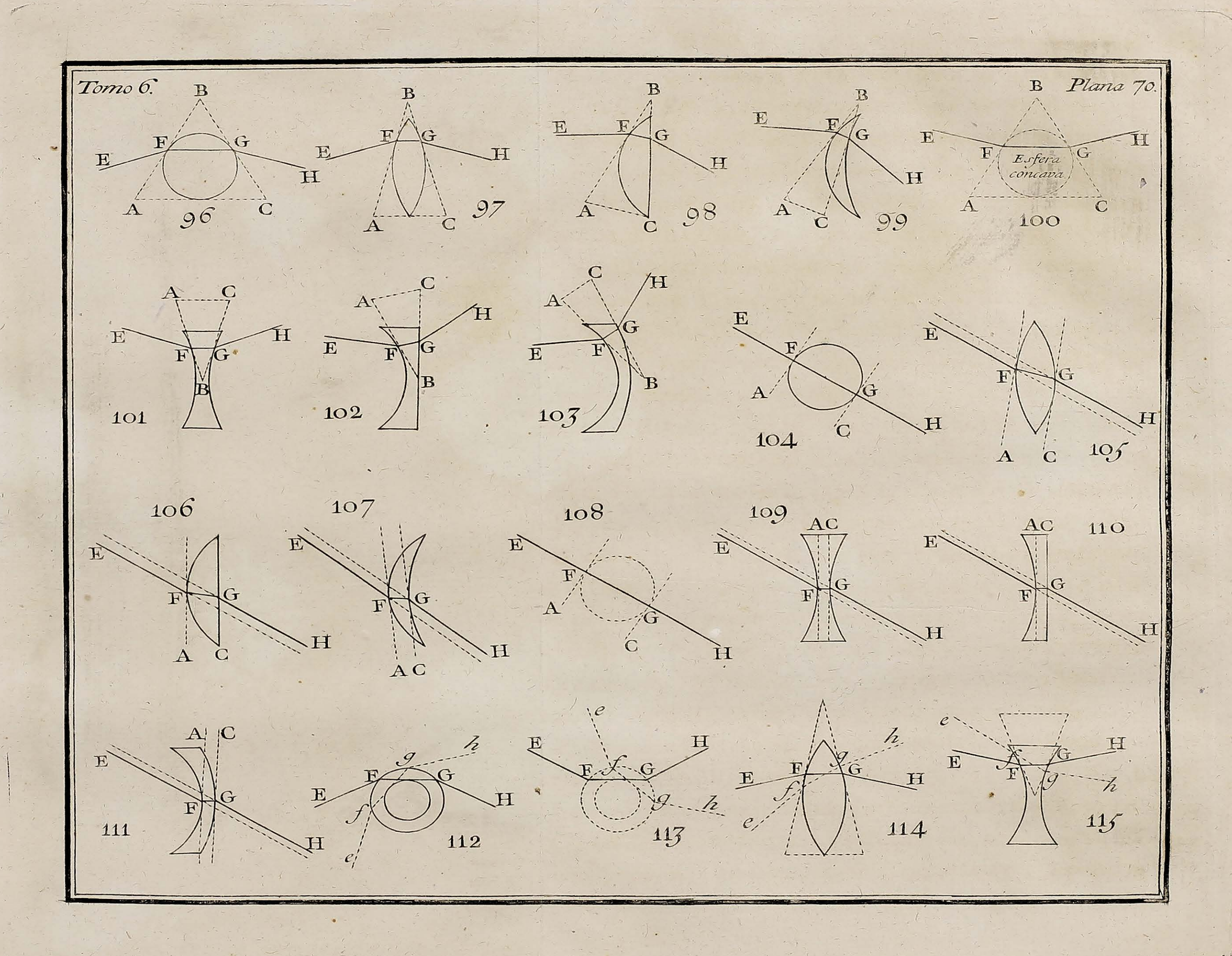
Porque por ser iguales en este caso las cuerdas *FG*, *fg*, están igualmente inclinadas á la superficie de la esfera, y por consiguiente las refracciones del rayo *EFGH* en *F* y *G* son iguales, tomándolas juntas y separadamente, con las del rayo *efgh* en *f* y *g*; así, el ángulo que forman las partes incidente y emergente de un rayo qualquiera, prolongadas hasta que se encuentren, es igual con el ángulo que forman las partes incidente y emergente de otro rayo, tambien prolongadas hasta que se encuentren; y esto es lo que queremos dar á entender quando decimos que su refraccion total es igual.

129 *Hay tambien igualdad entre las refracciones to-* 114.
tales de los rayos como EFGH, efgh *que se cortan en un* 115.
punto dado de una lente, ó que la atraviesan á distancias

Fig. *iguales de su centro, con tal sin embargo que su incidencia no tenga una oblicuidad sobrado grande.*

Imaginemos en el vidrio una linea *FG* al principio igualmente inclinada respecto de sus lados, y que despues gire un poco al rededor de uno de sus puntos, hasta llegar á la posicion *fg*; es evidente que al paso que se vá inclinando mas al uno de los lados *Ff* del vidrio, se inclina menos al otro lado *Gg*; y que por consiguiente un rayo que siguiese la recta variable *fg*, atravesará los dos lados de la lente, el desvio que padecerá al salir por el lado *Ff* irá creciendo mas y mas, siendo así que el que padecerá saliendo por el otro lado *Gg*, irá menguando; por manera que la refraccion total del rayo, igual á la suma de sus refracciones particulares, se mantendrá con corta diferencia la misma en todas sus situaciones. Se puede proseguir haciendo que la recta *fg* dé vueltas al rededor del punto que yá le sirvió de centro de rotacion, no solo hasta hacer que sea nulo el desvio en *g*, sino tambien hasta que se haga en direccion contraria; entonces quita los incrementos continuos que adquiere el desvio mayor que padece en *f*, y mantiene en la refraccion total la misma cantidad. Para que esta refraccion se mantenga la misma, no se necesita mas circunstancia sino la de que los rayos *FG*, *fg* atraviesen la lente á distancias del ege las mas iguales que sea posible, pues no puede haber mudanza en la refraccion total sino en quanto la hay en dicha distancia (124), porque solo entonces los planos tangentes que considera-

mos


Tomo 6.
Plana 70.
Esfera concava
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115

mos como que formàn el ángulo refringente de un prisma, Fig.
mudan de inclinacion.

130 Quando una espiga considerable de rayos paralelos dá directamente, ó con poca oblicuidad, en la superficie de un vidrio mas grueso en medio que en sus bordes, la refraccion dirige siempre los rayos emergentes ácia el que pasa por el centro del vidrio; por el contrario, los desvia del mismo rayo, quando el vidrio es mas grueso ácia sus orillas que en el medio (125); y como á distancias iguales al rededor del centro, los rayos se desvian igualmente en todos estos vidrios, y á medida que dichas distancias son mayores, se desvian mas, los rayos emergentes convergen con poca diferencia ácia un punto *F* del rayo que pasa por el centro, quando el vidrio es convexo; divergen al contrario de dicho punto ú otro parecido *F*, quando es cóncavo. 116. *hasta* 121.

131 Quando unos rayos paralelos ván á dar, siguiendo rumbos encontrados en las dos superficies de una lente, las distancias de sus focus al centro de la lente son iguales, ora sean ambas curvas dichas superficies y de esfericidades iguales ó desiguales, ora sea la una de ellas plana, y la otra esférica.

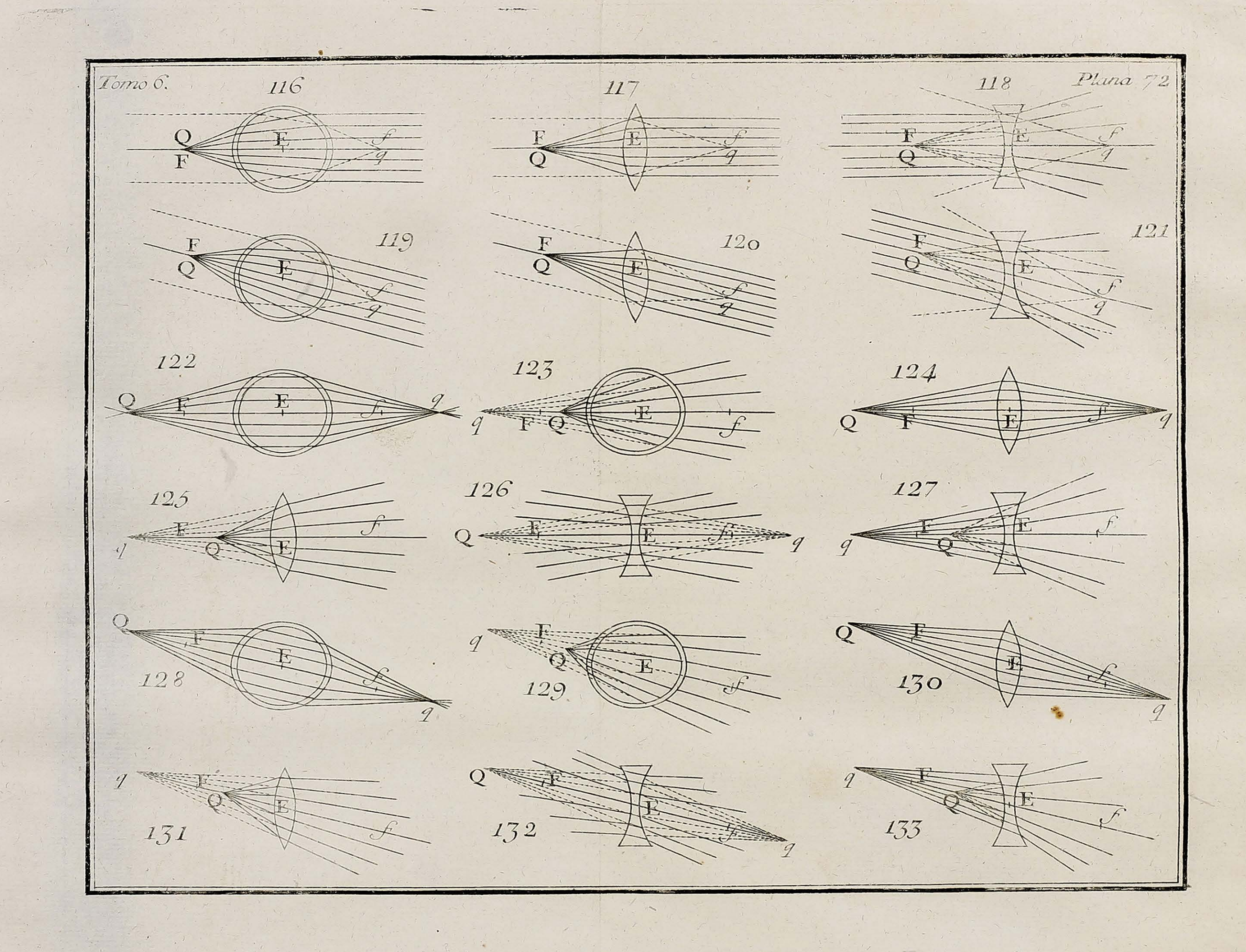
Porque dos rayos qualesquiera que vienen directamen opuestos uno á otro, ó que distan igualmente del ege comun de las espigas cuyos son, encuentran el vidrio á distancias iguales de su centro, donde se rompen igualmente, y vàn por consiguiente á encontrar el ege á distancias igua-

Fig. les *EF*, *Ef* del centro del mismo vidrio. Quando unos rayos encuentran un vidrio paralelamente á su ege, sus focus *F* y *f* se llaman *Focus principales*, ó solamente *Focus* de dicho vidrio, y el intervalo *EF* ó *Ef* se llama *su Distancia focal.*

118. hasta 133.

132 Es evidente que los rayos que, saliendo del focus *F*, ván á dar en el vidrio convexo, ó plano convexo cuyo es, ó que encuentran un vidrio cóncavo con direcciones dirigidas á su focus *F*, salen paralelos al ege de la espiga *FE.* Luego si suponemos que el punto *F* de donde vienen actualmente los rayos incidentes, ó ácia el qual se dirigen, se aparte del vidrio, y pase, por egemplo, á *Q*, los rayos, despues de su emersion, emergencia ó salida, tendrán su focus *q* del otro lado del vidrio, sea que concurran con efecto en dicho punto, ó que solo concurran sus prolongaciones; pero si *Q* estuviere mas cerca del vidrio que *F*, el focus *q* real ó virtual de los rayos emergentes, estará del mismo lado que *Q*; porque en todas estas direcciones diferentes que les damos succesivamente á los rayos incidentes, son siempre igualmente quebrantados, con tal que no varien sus distancias respectivas al centro del vidrio (128 y 129). Por consiguiente, *si el uno de los dos puntos* Q, q *se mueve en el ege de la espiga, el otro irá del mismo lado.* Si el vidrio estuviere entre el punto *Q* y su focus *q*, *á medida que el uno se le acercare, el otro se apartará*; si están de un mismo lado del vidrio, *ambos se arriman ó apartan*, y se arriman tanto mas uno á otro, quanto mas se le acercan, hasta que

coin-


Tomo 6.
Plana 72
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133

coincidiendo finalmente el uno con la superficie del vidrio, Fig.
el otro coincide con ella tambien, ó muy poco falta, suponiendo sin embargo que el vidrio sea muy delgado, y que los rayos le dén muy cerca del ege. Por no concurrir la primera de estas dos condiciones, dichos puntos no pueden dar en la superficie de una esfera, por estar muy apartados uno de otro los puntos de incidencia y emergencia.

133 Como cada uno de los puntos Q, q se puede tomar por el punto que despide los rayos, y el otro por su focus real ó virtual, suelen llamarse ambos *Focus correspondientes*.

134 Las propiedades de las superficies y vidrios cóncavos son las mismas que las de los convexos, como es facil comprobarlo con imaginar que los rayos siguen direcciones opuestas en las mismas lineas prolongadas, y con mudar, segun los casos, su convergencia en divergencia, ó su divergencia en convergencia, conforme lo pintan las figuras.

135 *Si diferentes puntos* Q, R *que envian rayos á* 134.
la superficie de un vidrio, ó ácia lo qual se encaminan rayos hasta
que van á dar en dicha superficie, están á distancias igua- 141.
les qualesquiera de su centro, los rayos emergentes tambien tendrán sus focus q *y* r *á distancias iguales del mismo centro, en las rectas* EQ, ER *prolongadas, con tal que los rayos no dén con demasiada oblicuidad en el vidrio.*

Tomemos en el vidrio un punto qualquiera A, poco distante del ege Qq que traza el rayo que vá desde el pun-

to

Fig. to Q á su focus q, y tírese la recta AE; si imaginámos que la figura $QAEq$ gire un poco al rededor del centro E, y llegue á la situacion $RBEr$, los estremos de las rectas EQ, EA, Eq trazarán arcos pequeños QR, AB, qr, cuyo centro comun estará en E; si saliendo entonces de R otro rayo, ó dirigiéndose ácia R, pasa por B, en virtud de la refraccion que padecerá al entrar en el vidrio, saldrá dirigido al punto r, sea que concurra en dicho punto con el ege de la espiga que corresponde á R, ó que solo concurra alli mismo su prolongacion; porque dos rayos QAq, RBr, que atraviesan el vidrio á distancias iguales AE, BE de su centro, padecen igual desvio (128 y 129). Es evidente que los demás rayos que vienen de R, ó se encaminan ácia R, tendrán tambien su focus real ó virtual en el mismo punto r, por estar dicho punto en el ege de la espiga (130).

136 Luego las espigas de rayos paralelos, que no dan muy oblicuamente en el mismo lado ó en los lados opuestos de un vidrio, sea el que fuere, siempre tienen sus focus á distancias iguales de su centro. Porque lo dicho poco
138. ha (135) se aplica tambien al caso en que las distan-
139. cias Eq, Er llegan á ser infinitas, que es el caso de los rayos paralelos.

142. 137 Luego si en el supuesto de ser dado el punto
hasta radiante Q, queremos determinar el focus ó punto de re-
145. union q de los rayos emergentes, ó de sus prolongaciones; despues de tirado el ege QE del manojo, trazaremos desde el centro E, y con el radio EF igual á la distancia fo-

cal

cal del vidrio hallada prácticamente, como enseñaremos Fig.
mas adelante, el arco *FG* que encuentra en algun punto *G* uno de los rayos incidentes *QA*; tirando despues *EG*, y su paralela *Aq*, el punto *Q* donde dicha paralela cortare el ege del manojo, será el focus que se busca.

Porque si suponemos que además del rayo *GA* haya otros que salgan del punto *G*, ó se encaminen á él, todos ellos saldrán paralelamente á su ege *GE* prolongado (136).

138 Tambien se puede considerar la refraccion de un manojo de rayos que atraviesan unos vidrios de qualquiera figura, y descubrir su punto de concurso, del modo siguiente. La refraccion en la primera superficie *AB* les dá á los rayos nuevas direcciones, en virtud de las quales concurririan, ellos ó sus prolongaciones, en un punto *T*, si no padeciesen refraccion ninguna en la segunda superficie. Si consideramos este punto como que envia rayos á dicha superficie, es evidente que la refraccion que en ella padecen, los encamina todos á un punto *F*, que es cabalmente el focus que se busca. Por egemplo, sea *Q* el punto que envia rayos á un prisma, y sea *QC* perpendicular á su primer lado *AB*. Si prolongamos *QC* la cantidad *QT* igual á su mitad, será *T* el focus de los rayos *QA*, *QB* &c. despues de su refraccion en la superficie *AB* (115); y como los rayos incidentes en los puntos *a* y *b*, de la segunda superficie *ab*, se pueden considerar como procedentes de dicho punto, si de *Tc* perpendicular á *ab* se quita una parte *Tq*, que sea su tercio, los rayos emergentes prolongados con-

146. *hasta* 151.

150.

Fig. concurrirán en el punto *q*, que por consiguiente será su focus (115).

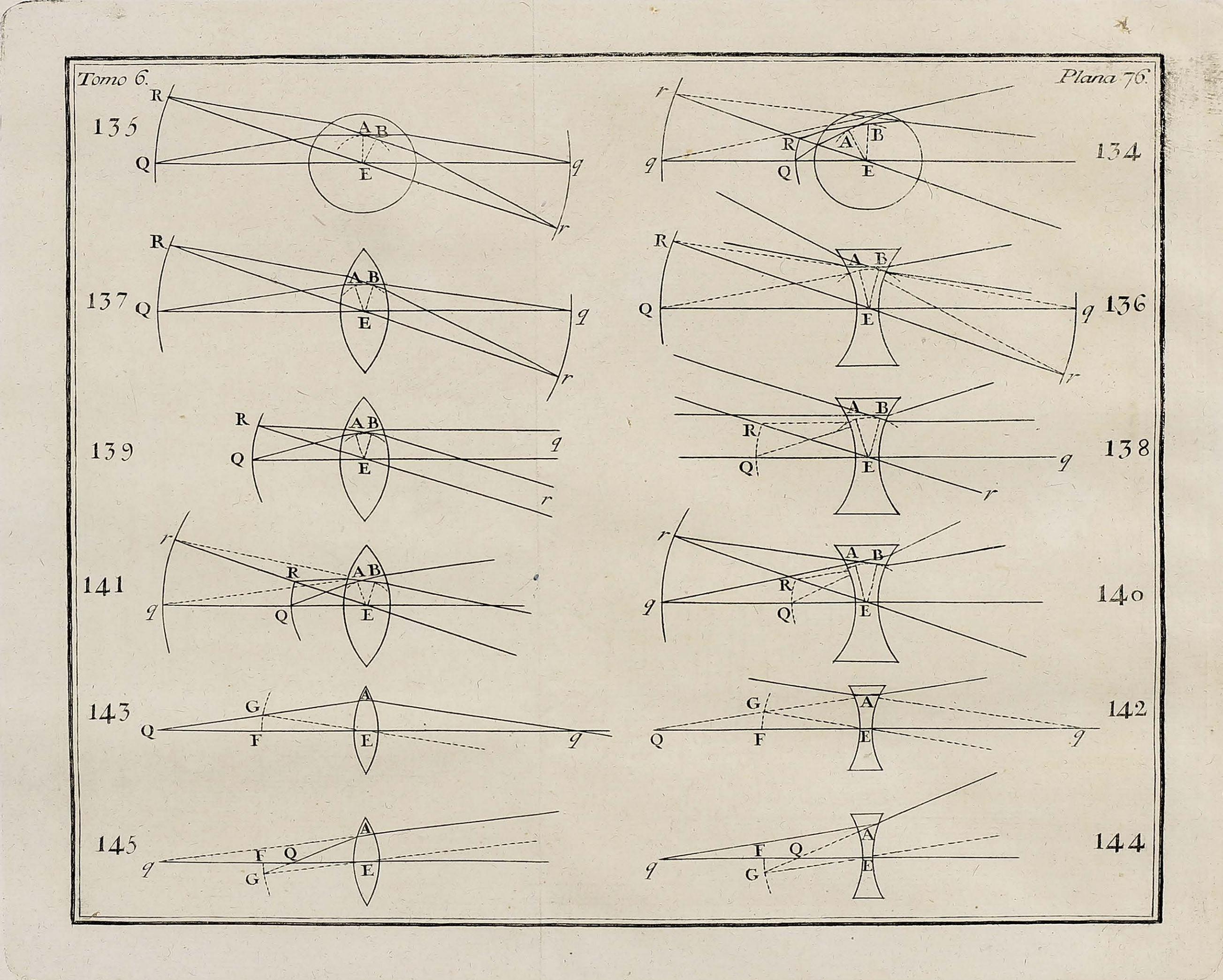
Luego si el ángulo refringente de un prisma tiene poca abertura, y los rayos son poco refringidos, el punto de donde salen los rayos incidentes, y el focus de los rayos emergentes están siempre á distancias con corta diferencia iguales del prisma. Porque en este caso son iguales, con muy corta diferencia, las perpendiculares *TC*, *Tc*; y en el vidrio, *QC* y *Qc* son respectivamente sus dos tercios.

151. Luego quando los planos *AB* y *ab* son paralelos, *TC* y *Tc* coinciden; y *Qq* es el tercio de *Cc* que es el grueso del vidrio.

139 Una imagen *pqr* formada por un vidrio termi-
152. nado por planos *AB*, *ab* paralelos, es derecha, paralela é
153. igual al obgeto *PQR*; está al mismo lado del vidrio que el obgeto, y un tercio del grueso de dicho vidrio mas cerca de él; porque dejamos dicho que los focus *p*, *q*, *r* de cada uno de los manojos que salen de los puntos *P*, *Q*, *R*, están mas cerca de él dicha cantidad, y que dichos focus están en las rectas *PA*, *QC*, *RB* tiradas desde cada punto del obgeto perpendicularmente al vidrio.

154. 140 La imagen que forma un prisma, siempre es derecha, é igual al obgeto; y el uno y la otra están siempre del mismo lado y á distancias iguales de dicho prisma, con tal sin embargo que los rayos sean poco refringidos, y que el ángulo del prisma sea de poca abertura. Supongamos que dos rayos *PE*, *QE*, procedentes de las estremida-

des


135
134
137
136
139
138
141
140
143
142
145
144

des del obgeto, pasen por un punto *E* tan inmediato al vértice del ángulo refringente, que se puedan considerar como nulas las distancias de sus puntos de incidencia, y de emergencia. Una vez que los desvios totales de los rayos *PEN*, *QEO* son iguales (124), se cortarán dichos rayos formando el ángulo *PEQ* igual al ángulo *NEO*, ó al ángulo *pEq* que forman los rayos emergentes prolongados del lado del obgeto; y por razon de ser la distancia *Ep* del focus *p* del manojo perteneciente al punto *P*, igual á *EP* (45), la distancia *Eq* del focus *q* tambien será igual á *EQ*, y por consiguiente la imagen *PQ* es derecha, igual con el obgeto, y está del mismo lado del prisma, y á la misma distancia que el obgeto. Fig.

Lo mismo hubiéramos podido probar imaginando que los dos rayos *PA*, *QB* procedentes de los estremos del obgeto, sean paralelos, ó que se encuentren en un punto qualquiera *E*; porque los rayos emergentes prolongados serán paralelos en el primer caso (114); y en el segundo se cortarán en un punto *e*, del mismo lado del prisma, á la misma distancia que el punto *E* (138), y formarán ángulos iguales en *E* y *e*, como quando atraviesan el prisma cerca del vértice del ángulo refringente. 155. 156. 157.

141 En las figuras que se citan se vé como se forma la imagen de un obgeto por diferentes manojos refringidos al atravesar un vidrio de qualquiera figura. Como los eges *PEp*, *QEq*, *REr* de dichos manojos pasan sin romperse por el centro del vidrio, las propiedades de dichas imá- 158. *hasta* 166.

Fig. imágenes son las mismas que las de las imágenes formadas por superficies reflectentes ó refringentes, simples, de que hemos hablado (49); á excepcion de que la imagen de un obgeto que toca una esfera, no coincide con el obgeto en la superficie de dicha esfera, y se queda á alguna distancia por la razon que dimos (132). La teórica nos enseña que la imagen de un arco de círculo es con poca diferencia circular (135), y que quando se trata de un obgeto chico colocado á una distancia considerable del vidrio, cuya imagen debe ser por consiguiente muy pequeña, su figura, y la de su imagen no discrepan sensiblemente, ora se consideren ambas como arcos de círculo, ó como lineas rectas. Particularmente si atendemos á que los rayos de un manojo no concurren exactamente en un punto único del ege, y le encuentran en diferentes puntos que componen una parte sensible del mismo ege, segun se echará de ver por los esperimentos que propondremos en adelante.

142 Ya se vé que quando unos rayos caen sobre la superficie tosca y desigual de algun cuerpo opaco ó transparente, no son reflectidos, ni refringidos con la regularidad que lo serian por superficies perfectamente iguales y bruñidas, y que se esparraman por diferentes partes, sin conservar orden alguno, ni seguir direccion determinada.

De-

Fig.

Determinacion del focus de los rayos que dán casi perpendicularmente en una superficie refringente.

143 Una vez que los lados de los triángulos son proporcionales á los senos de los ángulos opuestos (I.671), y los senos de arcos ó ángulos pequeños no se distinguen de sus mismos arcos (III.310) ó ángulos, han de ser estos ángulos como sus senos. Por consiguiente *los ángulos pequeños* BAC, BCE *subtensos por la misma perpendicular* BE, *son recíprocamente como sus lados* BA, BC, *ó* EA, EC. Porque el ángulo *BAC* es al ángulo *BCE*, quando son muy pequeños, como el seno de *BAC* es al seno de *BCE*, ó como *BC* es á *BA*, ó como *EC* es á *EA*. 167

144 Supongamos que *sea* ACB *un plano refringente*, Q *el punto de donde salen los rayos incidentes, ó ácia el qual se encaminan, y* QC *perpendicular al mismo plano; si del mismo lado de dicho plano donde está* QC, *determinamos en la espresada perpendicular un punto* q, *tal que* qC *sea á* QC, *como el seno de incidencia al de refraccion, será* q *el focus de los rayos refractos.* 168. hasta 171.

Si *QA* y *Aq*, prolongadas como pintan las figuras, representan la una un rayo incidente, la otra un rayo refracto, que vá á dar en algun punto *q* de *QC*; el ángulo *AQC* será igual al ángulo de incidencia, y *AqC* al ángulo de refraccion. Por consiguiente el seno de incidencia será al seno de refraccion como *Aq* á *AQ* (143), y por lo mismo como *Cq* á *CQ*, quando *QA* es con muy corta

Fig. ta diferencia perpendicular al plano *AB*.

172. 145 *Si fuese* ACB *una superficie esférica refringente*
hasta *cuyo centro es* E, *y fueren los rayos incidentes como* DA
175. *paralelos á un radio qualquiera* CE; *tómese en este radio prolongado del lado adonde se encamina el rayo, ó en direccion contraria, segun fuere el medio denso, convexo ó cóncavo, la* CT *que sea á* CE *como el seno de incidencia es á la diferencia que vá de este seno al seno de refraccion, será* T *el focus de los rayos refractos.*

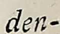
Sea *AT* el rayo refracto ó su prolongacion, que encuentre en algun punto *T* el radio *CE* prolongado: por ser el radio *EA* perpendicular en *A* á la superficie refringente, el ángulo de incidencia será igual al ángulo *AEC*, y el ángulo *EAT* será el ángulo de refraccion ó su suplemento. Por consiguiente, el seno de incidencia es al seno de refraccion, como *AT* es á *TE* (143); y por lo mismo como *CT* es á *TE*, quando el punto de incidencia *A* está infinitamente cerca de *C*, y son por consiguiente los rayos incidentes casi perpendiculares á la superficie. Luego el seno de incidencia es á la diferencia que vá del mismo seno al seno de refraccion, como *CT* es á *CE*.



146 Luego 1.° *CT* es á *TE* como el seno de incidencia es al seno de refraccion.

147 2.° Si los rayos incidentes salieren de *T*, ó se encaminaren á *T*, los rayos refractos serán paralelos á *TE*.

148 *Si unos rayos paralelos dán en una esfera de una*


den-

densidad mayor ó menor que la del medio ambiente, sea su focus despues de su primera refraccion entrando en la esfera, en T, *en el diámetro* CD *prolongado y paralelo á los rayos incidentes como* QA; *su focus al salir de la esfera, despues de haber padecido otra refraccion, estará en medio* F *de la recta* TD. Fig. 176. 177.

Supongamos que los rayos incidente y emergente *QA*, *FG* prolongados, se encuentran en *H*, y tírese la cuerda *AG* que representa el camino del rayo en lo interior de la esfera; una vez que las refracciones en *A* y *G* son iguales, y *AH* y *FT* son paralelas, los triángulos *AHG*, *GFT* son semejantes é isósceles. Luego si el punto *A* se acerca á *C*, y llega á confundirse con él, el punto *G* caerá en *D*, y el triángulo *GFT* desaparecerá; por consiguiente *GF* llegará á ser igual á la mitad de *GT*; ó lo que es lo mismo, *DF* será igual á la mitad de *DT*.

149 *En toda lente convexa ó cóncava hay siempre un punto* E, *tal que si por él pasare cada rayo, seguirá al salir de la lente un camino* aq *paralelo al camino* QA *de su incidencia. En una lente plano convexa ó plano cóncava, dicho punto está en el vértice de la superficie curva, y en los meniscos está á la parte de afuera, del lado de la mayor curvatura.* 178. hasta 181.

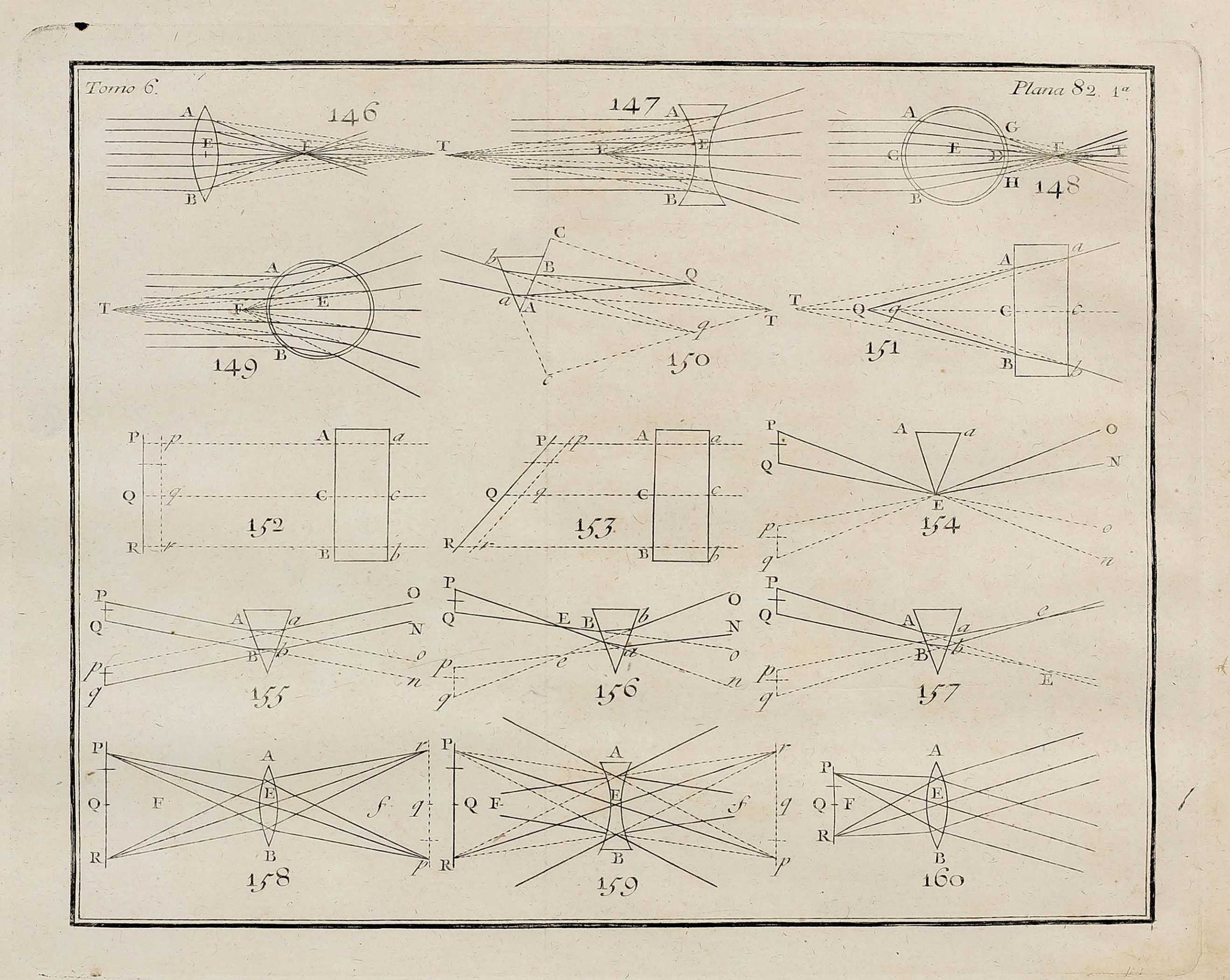
Sea *REr* el ege de la lente que junta los centros *R*, *r* de sus superficies *A*, *a*. Tírense dos qualesquiera de sus radios *RA*, *ra* paralelos entre sí que junten los puntos *A*, *a*; la recta *Aa* cortará el ege en el punto *E* que hemos dicho.

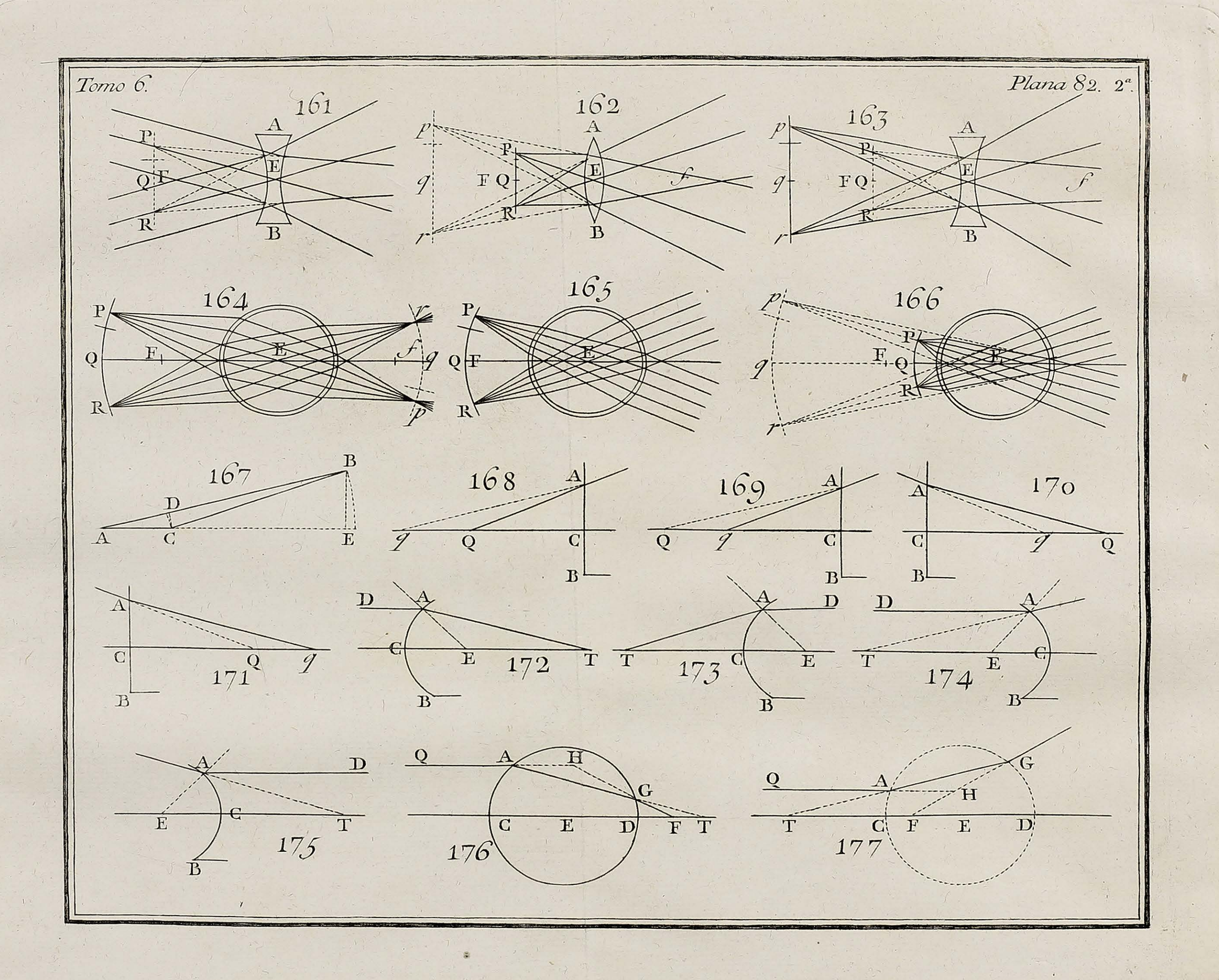
Fig. Porque yá que los triángulos *REA*, *rEa* son semejantes, *RE* y *Er* están en la razon dada de los radios *RA*, *ra*, y por consiguiente el punto *E* es invariable en cada lente.

Supongamos ahora que sea *Aa* el camino de un rayo en lo interior de una lente; como está entonces igualmente inclinado respecto de las perpendiculares á las superficies, las refracciones que padece al salir son iguales, y sus partes emergentes *AQ*, *aq* son por consiguiente paralelas. Luego si un rayo dá en una lente siguiendo una direccion *QA*, tal que despues de refringido al entrar, pase por el punto *E*, saldrá en una direccion *aq* paralela á la de su incidencia. Si la una de las superficies de la lente fuese plana, y la otra convexa ó cóncava, el uno de los radios *RA*, *ra* será infinito, y por consiguiente paralelo al ege de la lente, y el otro radio se confundirá con el ege, por manera que *A*, ó *a* coincidirá con *E*.

150 Síguese de aquí que quando una espiga de rayos dá casi perpendicularmente en una lente que tiene poco grueso, el rumbo que sigue el rayo que entra por el punto *E*, se puede tomar sin error sustancial, por una linea recta que pasa por el centro de la lente; porque de la longitud de *Aa*, y la cantidad de las refracciones que se hacen en sus estremos, se evidencia que la distancia perpendicular entre *AQ*, *aq* prolongadas, menguará con el grueso de la lente y la oblicuidad del rayo.

151 Cuestion I. *Busquemos ahora el focus de los rayos*


146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160


161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177

yos paralelos que dán, con muy corta diferencia, perpendicularmente en una lente dada. Fig.

Sea E el centro de la lente, R y r los centros de sus superficies, Rr su ege, gEG una paralela á los rayos que dan en la superficie B, cuyo centro está en R. Tírese el radio BR paralelo á gE, en cuya prolongacion sea V el focus de los rayos despues de su primera refraccion al atravesar la superficie B; tirando despues la Vr, que corta gE prolongada en G, será G el focus de los rayos despues que hubieren salido de la lente. 182. *hasta* 187.

Porque si miramos V como un punto de donde salen rayos que van á dar en la segunda superficie A, estos rayos han de tener su focus, despues de haber atravesado dicha superficie, en algun punto del rayo que atraviesa la misma superficie en linea recta, esto es, en la linea Vr tirada por su centro r. Pero como este focus es con evidencia el mismo que el focus que buscamos de los rayos que dán en la superficie B, despues de haber atravesado la lente, ha de estar tambien en algun punto de aquel de dichos rayos, que miramos como que no se desvía, y cuyo camino entero se puede tomar por consiguiente por una linea recta gEG. Luego la interseccion G de las dos rectas gEG y Vr es el focus que se busca. De esta resolucion resulta

152 1.° Que si los rayos incidentes fuesen paralelos al ege Rr, la distancia focal EF será igual con EG.

Porque si los rayos incidentes paralelos á gE se inclinan mas y mas al ege hasta ser paralelos con él, su pri-

Fig. mero y segundo focus *V* y *G* trazarán arcos *VT* y *GF* que tendrán sus centros en *R* y *E*; porque como está *RV* con *RB* en la razon dada del menor de los senos de incidencia y de refraccion á su diferencia (145), es invariable; por consiguiente *GE* es tambien invariable, por estar con *RV*, que tambien lo es, en la razon dada de *rE* á *rR*, por ser semejantes los triángulos *EGr*, *RVr*.

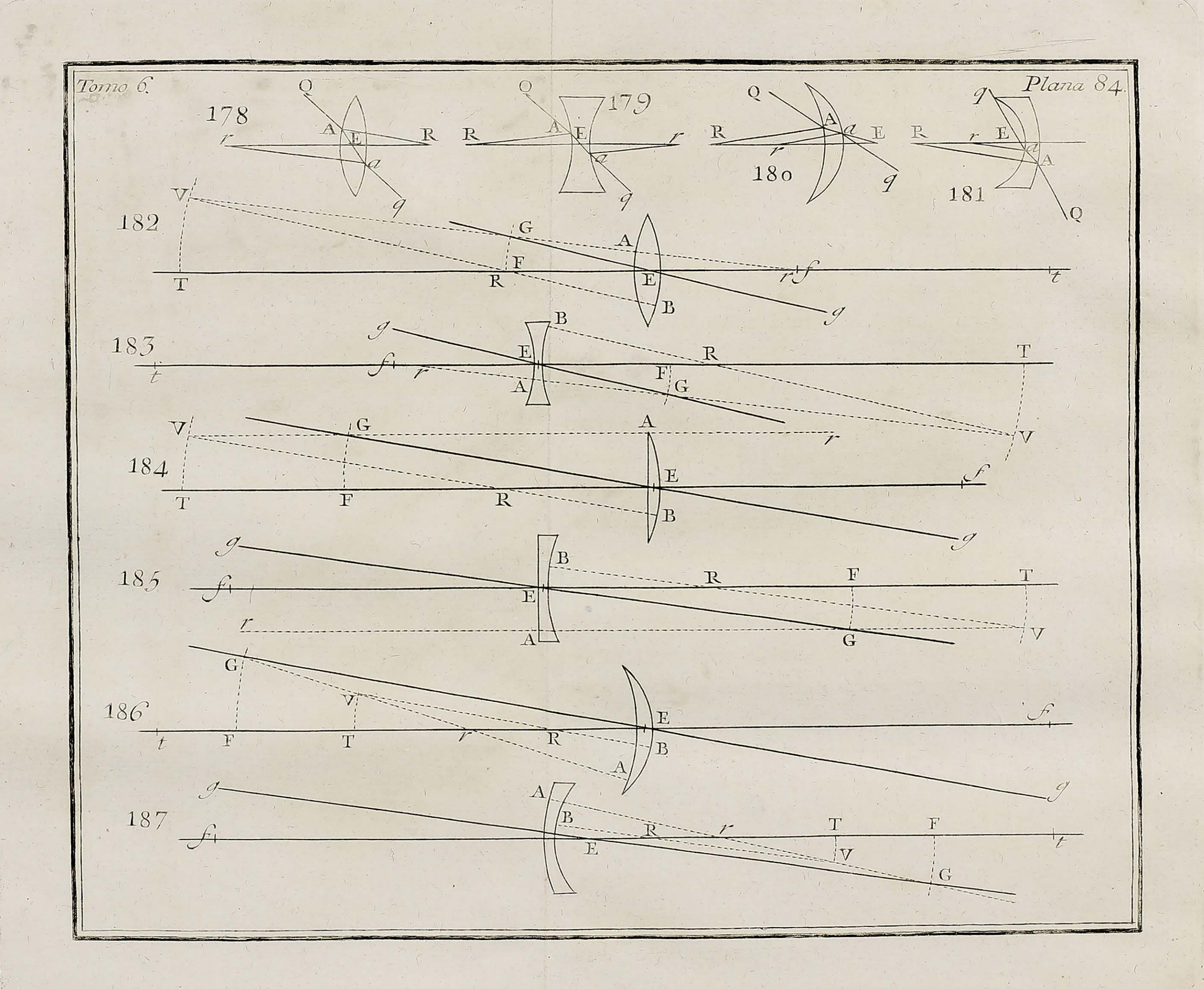
153 2.° De la última proporcion sacamos la regla siguiente para determinar la distancia focal de una lente delgada.

El intervalo *Rr* de los centros de las superficies, es al radio *rE* de la segunda superficie, como la prolongacion *RV* ó *RT* del radio de la primera superficie hasta el focus de los rayos refringidos por dicha superficie, es á la distancia focal *GE* ó *FE* de la lente, la qual ha de estar del mismo lado que los rayos emergentes, ó del lado opuesto, segun fuere la lente mas ó menos gruesa en su medio que en sus bordes.

154 3.° Por consiguiente quando unos rayos paralelos dán en los dos lados de una lente, las distancias focales *EF*, *Ef* son iguales.

Porque si es *rt* la prolongacion del radio *Er*, hasta el primer focus *t* de los rayos que caen paralelos en la superficie *A*; la misma regla que dá *rR* es á *rE* como *RT* es á *EF*, dá tambien *rR* es á *RE* como *rt* es á *Ef*. Pero el rectángulo de *rE* y *RT* es igual al rectángulo de *RE* y *rt*, porque *rE* tiene con *rt*, y *RE* con *RT* la misma razon

da-


Tomo 6.
Plana 84.
178
Q A E R r a q
179
Q A E R r a q
180
Q A a E R r q
181
q R r E a A Q
182
V G A F T R E r f t B g
183
g B E R T f t r F A G V
184
V G A r T F R E f B g
185
g B f R F T E r A G V
186
G V E f t F T r R B A g
187
g A B f R r T F t E V G

dada (145); luego *Ef* y *FE* son iguales. Fig.

155 4.° En una lente de vidrio convexa ó cóncava por ambos lados, la suma de los radios de las superficies, ó su diferencia en un menisco, es al uno de ellos, como el duplo del otro es á la distancia focal.

Porque las prolongaciones *RT*, *rt* de los radios son duplas de los mismos radios, pues en el vidrio *ET* : *TR* y *Et* : *tr* :: 3 : 2 (109 y 146).

156 5.° Por consiguiente si los radios de las superficies del vidrio fuesen iguales, la distancia focal de dicho vidrio será igual al uno de dichos radios; será tambien igual á la distancia focal de un vidrio plano convexo ó plano cóncavo, cuyo radio fuese otro tanto menor.

Porque considerando el lado plano del espresado vidrio como que tiene un radio infinito, la primera razon de la última proporcion se puede tomar por una razon de igualdad.

157 Cuestion II. *Dado el punto de donde salen ó al qual se encaminan rayos que dán en una simple superficie, en una esfera ó en una lente, hallar el focus de los rayos emergentes.*

Sea *Q* el punto de donde salen ó al qual se encaminan los rayos que ván á dar en una superficie esférica, en una lente, ó en una esfera cuyo centro es *E*; y sean otros rayos que vienen paralelos á la linea *QEq* en direccion opuesta á la de los rayos dados, cuyo focus sea *F*; si tomamos *Ef* = *EF*, en la lente ó esfera, y tomamos *Ef* = 188. *hasta* 193.

Fig. *CE* en una simple superficie, haremos *QF* : *FE* :: *Ef* : *fq*; y colocando *fq* respecto de *f* en direccion contraria á la de *FQ* respecto de *F*, el punto *q* será, sin error substancial, el focus de los rayos refractos, con tal que el punto *Q* no esté tan apartado del ege, ni las superficies sean tan anchas que alguno de los rayos la hiera con sobrada oblicuidad.

Para probarlo, desde el punto *E* como centro, y con los radios *EF* y *Ef* trácense los dos arcos *FG*, *fg* que corten un rayo qualquiera *QAaq* en *G* y *g*, y tírense las *EG* y *Eg* : si hecho esto suponemos que *G* sea un punto del qual salen rayos como *GA*, los rayos emergentes como *agq* serán paralelos á *GE* (147, 152 y 154); y tomando tambien *g* por un punto radiante que arroja rayos *ga*, los rayos emergentes como *AGQ* serán paralelos á *gE*. Por lo qual, los triángulos *QGE*, *Egq* serán semejantes, y por consiguiente *QG* : *GE* :: *Eg* : *gq*, cuya proporcion se transforma, quando el rayo *QAaq* está muy inmediato á *QEq*, en *QF*: *FE* :: *Ef* : *fq* (III. 305). Ahora bien, quando *Q* se acerca á *F*, y llega á confundirse con él, los rayos emergentes son paralelos, quiero decir que *q* se aparta á una distancia infinita; y por consiguiente quando *Q* pasa al otro lado de *F*, el focus *q* pasa al otro lado de *f*, á una distancia al principio infinita, que despues vá menguando al paso que *Q* se aparta de *F*.

158 Por consiguiente 1.° quando los rayos no han de atravesar mas que una simple superficie *AC*, el focus *q*

se

se puede tambien hallar por esta proporcion $QF : FC :: Cf : fq$, porque FC y Ef son iguales, del mismo modo que FE y Cf (146). Fig.

159 2.º Tambien se puede hallar por medio de estotra proporcion $QF : QE :: QC : Qq$, y colocando Qq de manera que estas quatro lineas esten todas de un mismo lado respecto del punto Q, ó dos de cada lado; porque los triángulos QGE, QAq son semejantes, y dan $QG : QE :: QA : Qq$.

160 3.º En una esfera ó lente se puede hallar el focus per medio de esta proporcion $QF : QE :: QE : Qq$; y colocando Qq del mismo lado de Q que QF.

Porque si prolongamos el rayo incidente QA, y el rayo emergente qa hasta que se encuentren en e; los triángulos QGE, Qeq serán semejantes, y darán $QG : QE :: Qe : Qq$; pero si los ángulos de estos triángulos llegaren á ser nulos, el punto e coincidirá con E, porque en la esfera el triángulo Aea es isósceles, y por consiguiente Ae y ae llegan á ser radios de la esfera. En una lente el grueso Aa es muy pequeño.

161 4.º En todos los casos la distancia fq varía recíprocamente como FQ; porque el producto de EF por Ef, que son los medios de las proporciones precedentes, es constante, y siempre están dispuestas al reves respecto de f y F.

162 5.º Si se ponen diferentes lentes convexas que tienen una misma distancia focal, delante y á la misma

Fig. distancia de un punto radiante, los rayos que arroja dicho punto tendrán su focus á la misma distancia de las lentes, por manera que si se colocasen succesivamente en el mismo sitio, el focus estaría siempre en un mismo punto. Porque las proporciones precedentes solo penden de la distancia focal de la lente, y en ningun modo de la razon que hay entre los radios de dichas superficies.

163 6.° La proporcion por cuyo medio se determina el focus de una esfera de una densidad uniforme, sirve tambien para determinar el focus de una espiga de rayos refringidos por un número de superficies concéntricas, que separan medios uniformes de diferentes densidades.

Porque si unos rayos caen paralelos á una linea qualquiera tirada por el centro comun de dichos medios, y son quebrantados por todos ellos, la distancia de su focus á dicho centro es invariable, del mismo modo que en una esfera de una densidad uniforme.

164 7.° Quando los puntos *Q* y *q* están del mismo lado de las superficies refringentes, si los rayos incidentes vinieren de *Q*, los rayos refractos irán del lado opuesto á *q*, y divergirán respecto de este último punto; y si *Q* fuere solamente el punto de concurso de los rayos incidentes, los rayos refractos irán ácia *q*; lo contrario sucede quando los puntos *Q* y *q* están en distintos lados de las superficies refringentes.

De-

Fig.

Determinacion del lugar y situacion de las imágenes formadas por rayos refractos.

165 *Las imágenes que forman rayos refringidos por superficies planas, son parecidas á los obgetos; y están siempre derechas ó en una situacion parecida á la del obgeto, y del mismo lado respecto de los planos refringentes.*

Sea *PQR* un obgeto que envia rayos á un plano refringente *ACB*, tírensele á este plano las perpendiculares *PA*, *QC*, *RB* &c. en las quales se tomarán *Ap*, *Cq*, *Br* que tengan con *AP*, *CQ* y *BR* la misma razon que el seno de incidencia con el de refraccion (144). Los puntos *p*, *q*, *r* formarán una imagen parecida al obgeto, y en una situacion semejante, estando las partes *pq*, *qr* en la misma razon que *PQ*, *QR*; en esto no hay duda quando el obgeto es paralelo al plano refringente; y quando fuere inclinado, se echa de ver que el obgeto y la imagen, prolongándolas, encontrarán el plano en el mismo punto *D*; y por consiguiente como *AP*, *CQ*, *BR* son paralelas, tenemos *pq* : *qr* :: *PQ* : *QR*. Asimismo, si los rayos cuyos focus están en *p*, *q*, *r* fueren refringidos otra vez por otro plano paralelo ó inclinado al primero *AB*, sus segundos focus formarán otra imagen parecida á la primera, y por lo mismo parecida al obgeto; y así prosiguiendo. 194. 195.

166 *Si consideramos un arco de círculo* PQR *trazado desde el centro* E *de una superficie esférica, de una esfera ó de una lente, como un obgeto, su imagen* pqr *será un* 196. hasta 192.

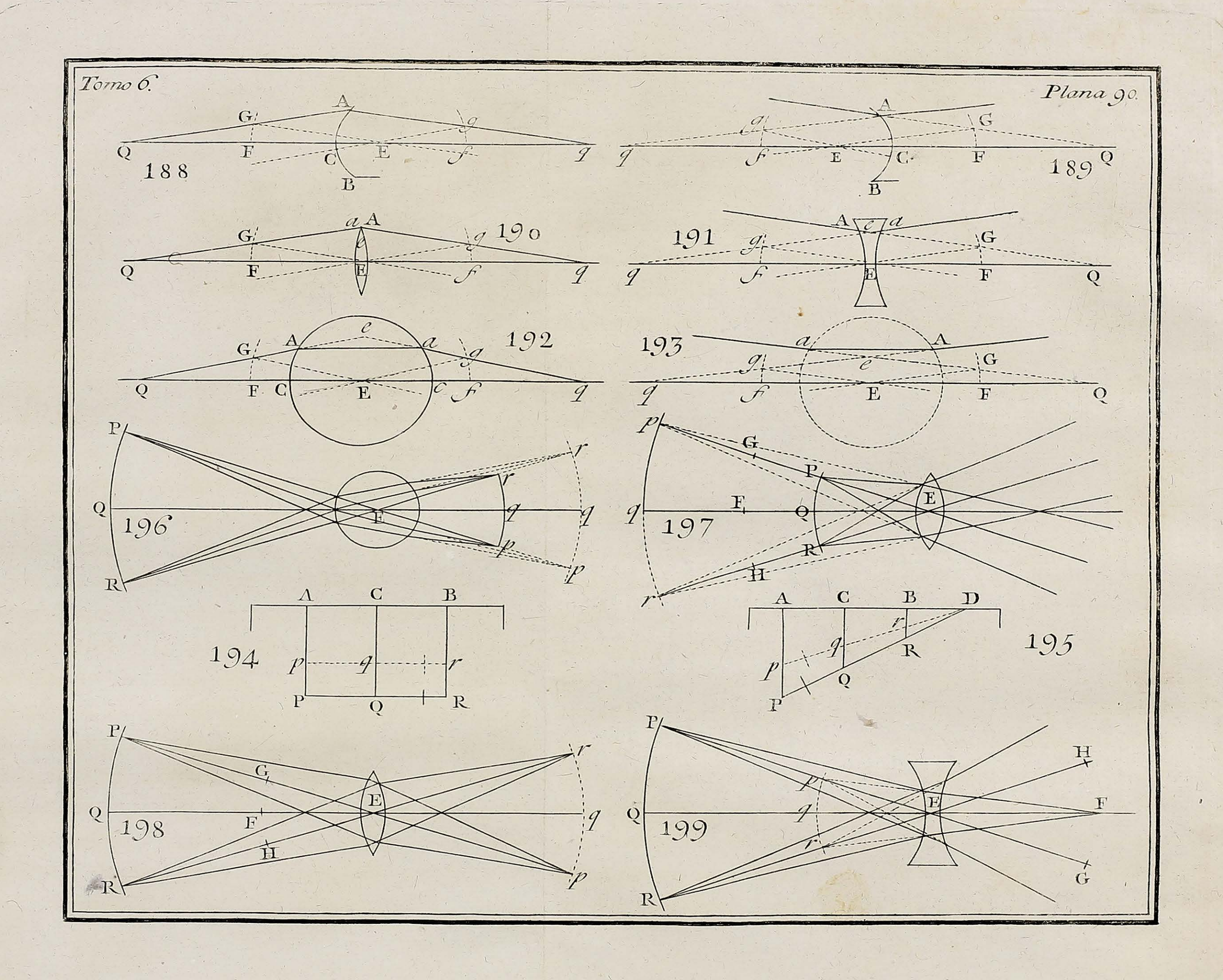
ar-

Fig. *arco concéntrico semejante, cuya longitud estará con la longitud del obgeto en la misma razon que sus distancias al centro comun* E, *y la imagen estará derecha ó trastornada respecto del obgeto, segun estuviere del mismo lado respecto del centro, que el obgeto, ó al otro lado.*

Solo con mirar la primera de las figuras que citamos se manifiesta la evidencia de esta proposicion en todos los casos de refracciones causadas por superficies concéntricas, estando las partes de dichas superficies espuestas del mismo modo á las partes del obgeto concéntrico á las mismas superficies. Y en una lente, los focus de todas las espigas de rayos paralelos estan tambien en un arco concéntrico *GFH*; y así, siendo *Pp* y *Qq* terceras proporcionales, la una á *PG* y *PE*, la otra á *QF* y *QE* (160), serán iguales, pues $PG = QF$, y $PE = QE$, y por consiguiente la imagen *pqr* será tambien un arco concéntrico. Pero una vez que miramos los eges de las espigas como lineas rectas que pasan por *E* (150), los ángulos *pEr*, *PER* son iguales; por consiguiente la razon entre la imagen y el obgeto es la misma que la de sus distancias al centro *E*. Finalmente, se echa de ver que segun estuvieren la imagen y el obgeto del mismo lado respecto del centro, ó de diferentes lados, la imagen estará derecha ó trastornada.

167 Por consiguiente, un obgeto circular muy pequeño respecto de su distancia al centro *E*, se arrima mucho á tener la figura de una linea recta, y lo propio decimos de su imagen que le es parecida. Luego la imagen de

un


188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199

un pequeño obgeto recto, pongo por caso, de una pequeña Fig.
linea recta, puesto á una distancia considerable del centro de una superficie refringente, de una lente, ó de una esfera, se puede considerar como una linea sensiblemente recta.

Determinacion de los focus de los rayos que dan con un grado qualquiera de oblicuidad en un número, sea el que fuere, de superficies refringentes.

168. *Desde el centro* C *de un círculo que separa dos* 200.
medios dados, tírese la CD *perpendicular al rayo incidente* 201.
AB, *y la* CE *perpendicular al rayo refracto* BF *dado de posicion; si un punto qualquiera* A *fuese el punto de donde salen, ó al qual se dirigen los rayos que dán en un arco pequeño* Bb *de dicho círculo, y fuese* F *su focus despues de la refraccion, las distancias* BF, EF *estarán en razon compuesta de la razon directa de las distancias semejantes* BA, DA, *de las de los senos de incidencia y de refraccion* CD, CE, *y de la razon inversa de los cosenos* BD, BE.

Sea AbF el rayo mas inmediato á ABF; tírense á Ab las perpendiculares Cd, Bd', y á bF las perpendiculares Ce, Be'; los triángulos rectángulos $Bd'b$, BDC serán semejantes, y lo serán tambien los triángulos rectángulos $Be'b$, BEC; por manera que las figuras enteras $Be'd'b$, $BEDC$ serán tambien semejantes. Es de reparar tambien que CD está con CE, que Cd está con Ce, y que por consiguiente Dd está con Ee en la razon del seno de incidencia al seno de refraccion; porque la linea CDd se puede considerar como perpendicular

á

Fig. á los dos rayos AB , ab , quando el ángulo BAb está para desvanecerse. Así, los triángulos BFe', EFe son semejantes, y siéndolo tambien BAd', DAd , la razon de BF á EF , ó de Be' á Ee , que se compone de las razones de Be' á Bd', de Bd' á Dd , y de Dd á Ee , se compone tambien de las razones de BE á BD, de BA á DA , y de CD á CE, que son iguales con las primeras respectivamente. Daremos muy en breve el modo de determinar la posicion del rayo refracto BF.

169 Síguese de la proposicion que acabamos de demostrar: 1.° que quando los rayos incidentes son paralelos, BF es á EF en razon compuesta de la razon directa de los senos de incidencia y de refraccion, y de la inversa de los cosenos, llegando BA y DA á ser iguales quando el punto A está á una distancia infinita.

170 2.° Que la razon entre las subtensas perpendiculares Dd, Ee de los pequeños ángulos A y F es invariable; porque es igual á la razon del seno de incidencia CD al seno de refraccion CE.

171 *Sea* BH *una superficie plana refringente que atra-*
202. *viesan rayos emanados de un punto qualquiera* A, *ó que se*
203. *encaminan á dicho punto. Sea* ABD *uno de los rayos incidentes*, *y* AH *perpendicular á la superficie refringente* BH, *que corta el rayo refracto* EBG *en* G; *bágense las perpendiculares* HI, HR *á los rayos* AB, BG, *y en la linea* BG *tómese* BF : BA :: RG : IA; *será* F *el focus de los rayos refractos inmediatos por uno y otro lado á* EBG.

Sea

Sea un arco de círculo BK cuyo centro esté en C, que toque la linea refringente BH en B, del lado opuesto á A; sean CD y CE los senos de incidencia y refraccion comunes al plano y á la superficie esférica; si representamos por $m : n$ la razon de $CD \times BE : CE \times BD$, en el supuesto de que el arco BK quebrantase los rayos, tendriamos (168) $BF : EF :: m \times BA : n \times DA$, ó $:: BA : \frac{n}{m}DA$ ó $\frac{n}{m}BA + \frac{n}{m}BD$, y por consiguiente $BF : BE :: BA : \frac{n}{m}BA + \frac{n}{m}BD - BA$ ó $\frac{n}{m}BD$, quando los rayos son refringidos por el plano BH; por razon de coincidir el arco BK con su tangente BH, quando su radio BC llega á ser infinito; y porque siendo entonces infinita $\frac{n}{m}BA + \frac{n}{m}BD - BA$, podemos omitir $\frac{n}{m}BA - BA$ que es finita. Tendremos, pues, $BF : BA :: m \times BE : n \times BD :: CD \times (EB)^2 : CE \times (BD)^2$ (substituyendo en lugar de m y n sus valores) $:: \frac{(BE)^2}{CE} : \frac{(BD)^2}{CD} :: \frac{(HR)^2}{BR} : \frac{(HI)^2}{BI}$ (por razon de los triángulos semejantes BEC, HRB, y BDC, HIB) $:: RG : IA$. Fig.

172 *Sea* AB *un rayo que dá en el punto* B *de una curva que separa dos medios refringentes, y* Bf, *dada de posicion, el rayo refracto que le corresponde. Desde el centro* C *de curvatura en* B, *ó del círculo refringente, tírese* CE *perpendicular al rayo refracto* Bf *prolongado; y sea* Bf *á* BE *como la tangente del ángulo de incidencia á la diferencia de las tangentes de incidencia y refraccion, y colóquese* Bf *del lado adonde vá el rayo refracto, si la superficie del medio mas denso fuese convexa, y del lado opuesto si fuese cóncava;* f *será el focus de una espiga delgada de rayos paralelos á* AB *que dan en* B. 204. 205.

Por-

Fig. Porque estando *Bf* con *Ef* en razon compuesta de la razon directa de los senos de los ángulos de incidencia y refraccion, y de la inversa de sus cosenos, están una con otra en razon de las tangentes de dichos ángulos, y por consiguiente *Bf* es á *BE* como la tangente de incidencia á la diferencia de las tangentes de incidencia y refraccion. Por lo que mira á la regla para la posicion de *Bf*, se funda en que los rayos emergentes son convergentes quando el medio mas denso es convexo, y divergentes quando es cóncavo.

173 Luego 1.° Sea *a* el focus de los rayos que vienen paralelamente á *fB*; entonces tendremos *Bf* es á *Da* como *BE* es á *BD*; porque *Bf* es á *Ef* como la tangente de incidencia es á la de refraccion, y *Ba* está con *Da* en la misma razon, pero trastornada. Luego $Bf : Ef :: Da : Ba$, y por tanto $Bf : Da :: BE : BD$.

174 2.° Tambien se puede hallar el focus *f* de estotro modo. Tírese la *CE* perpendicular al rayo refracto *Ef*, la *EG* perpendicular al rayo *BC*, y la *Gf* paralela á los rayos incidentes; esta paralela cortará los rayos refractos en su focus *f*.

Porque cortemos en *H* la *AB* con la *GE*; siendo *Gf* paralela al lado *BH* del triángulo *BEH*, tendremos $Bf : BE :: HG : HE$, cuya proporcion es la misma que la de antes (172), porque *GH* y *GE* son tangentes de los ángulos de incidencia y de refraccion *GBH*, *GBE*.

175 3.° De esto se infiere que creciendo continuamen-

mente el ángulo de incidencia, la distancia focal *Bf* vá Fig. continuamente menguando, hasta ser nula, quando el ángulo de refraccion llega á ser recto, ó igual al coseno de refraccion, quando el ángulo de incidencia es recto. Por consiguiente la distancia focal es máxima, quando el ángulo de incidencia es mínimo, y entonces la proposicion (172) es la misma que la de antes (145), pues las tangentes de los ángulos muy pequeños están en la misma razon que los senos de dichos ángulos, ó de los arcos que los miden.

176 *El incremento infinitamente pequeño de un ángulo de incidencia, es al incremento simultaneo del ángulo de refraccion, como la tangente del ángulo de incidencia es á la tangente del ángulo de refraccion.*

Sean *AB*, *aB* dos rayos que forman un ángulo infinitamente pequeño *ABa*, refringidos en *B* en las direcciones de las lineas *BE*, *Be* por un plano ó una superficie curva. Desde un punto qualquiera *C* de la perpendicular *BC* á dicha superficie, tírese la *CDd* que forme ángulos rectos en *D* y *d* con los rayos incidentes ó sus prolongaciones; y tírese tambien *CEe* que forme ángulos rectos en *E* y *e* con los rayos refractos prolongados, si fuere menester. Ya que *CD* está con *CE*, y *Cd* con *Ce* en la misma razon de los senos de incidencia y refraccion, tendremos *Dd* es á *Ee* como *CD* es á *CE*. Pero los ángulos infinitamente pequeños *ABa* ó *DBd* y *EBe*, que son los pequeños incrementos ó decrementos simultaneos de los ángulos de incidencia y refraccion, son entre sí como $\frac{Dd}{DB}$ es á $\frac{Ee}{EB}$; serán, pues, tambien

206.
207.

Fig. bien como $\frac{CD}{DB}$ es á $\frac{CE}{EB}$, esto es, en la razon de las tangentes de incidencia y refraccion.

177 Luego si los ángulos de incidencia y refraccion del uno de los rayos *ABE*, *ABe* fuesen invariables, mientras los del otro rayo padecieren alguna leve alteracion, los pequeños incrementos ó decrementos que estos padecieren, estarán en razon constante.

204. 178 *Supongamos que un rayo* AB *que dá con la obli-*
205. *cuidad que se quisiere en el punto* B *de una curva refringente, sea refringido en la direccion de la linea* BF *dada de posicion; sea* Ba *la distancia focal de rayos que vienen paralelamente á* FB, *y* Bf *la distancia focal de otros rayos que vienen paralelamente á* AB; *si suponiendo despues que los rayos incidentes vengan de un punto qualquiera* A, *ó concurran en dicho punto, hacemos* Aa : aB :: Bf : Ff, *y colocamos* fF *respecto de* fB, *del mismo modo que* Aa *lo está respecto de* aB, *será* F *el focus de los rayos refractos.*

Sea *AGF* el rayo mas inmediato á *ABF*; si se tiran las
208. *aG* y *fG*, es evidente por los supuestos sobre que caminamos, que un rayo *aG* se refringirá en *G* en la direccion *GH* paralela á *BF*, y que un rayo *fG* se refringirá en la direccion *GI* paralela á *BA*. Pero el ángulo *AGa* tiene con el ángulo *FGH* ó *GFf* una razon constante (177), la misma que hay entre los ángulos *aAG* ó *AGI* y *fGF* (177). Luego el ángulo *AGa* es al ángulo *aAG* como el ángulo *GFf* es al ángulo *fGF*; y como los senos de estos ángulos pequeños están en la misma razon que los ángu-

gulos, los lados opuestos á dichos ángulos, en los triángulos *AGa*, *GFf*, estarán tambien en la misma razon (143); quiero decir que *Aa* : *aG* :: *Gf* : *fF*, ó *Aa* : *aB* :: *Bf*: *fF* (III. 305). Si *A* se arrima á *a* hasta confundirse finalmente con él, entonces *fF* llegará á ser infinita; y por consiguiente si *A* pasare al otro lado de *a*, el punto *F* pasará al otro lado de *f*. Fig.

179 Luego quando el rayo *ABF* es dado de posicion, *fF* es recíprocamente como *Aa*.

180 Cuestion I. *Dado el punto de donde sale un manojo delgado de rayos que dán con la oblicuidad que se quisiere, en un círculo máximo de una esfera de una materia homogenea, hallar el focus de los rayos refractos al salir de la esfera, despues de haber sido reflectidos por dicho círculo máximo un número determinado de veces.*

Sea *ABCDEZ* el camino de un rayo incidente en *B*, reflectido cierto número de veces, por egemplo, en los puntos *C* y *D*, y que sale despues por *E*. Sea *A* el punto de donde salen los rayos incidentes; *F*, su focus despues de haber padecido refraccion en *B*; *G*, su focus despues de haber sido reflectidos en *C* y *D*; y *H*, su focus despues de refringidos en *E* al salir de la esfera. Para hallar estos focus, sean *Bf* y *Ba* las distancias focales de rayos que vienen paralelamente, los unos á *AB*, los otros á *FB*, y hágase *Aa* : *aB* :: *Bf* : *fF*, con lo que se determinará el focus *F*, colocando *Ff* respecto de *Bf*, del mismo modo que *Aa* lo está respecto de *aB* (178). Desde el centro *S* 209.

Fig. de la esfera, tírense las SL, SN perpendiculares á las cuerdas estremas BC, DE; y del lado del primero y último puntos de reflexion C y D, tómense las LT y NV, tales que cada una tenga con LC ó ND la misma razon que la unidad tiene con el duplo del número de las reflexiones; hecho esto, ya que F es el punto donde concurren los rayos incidentes en C, se habrá de hacer $TF : TL :: TL$ ó $VN : VG$, esto determinará el focus G despues de la úlma reflexion en D, colocando VG respecto de VN del mismo modo que TF está respecto de TL (72). Finalmente, sean Eg y Eh las distancias focales de rayos que vienen paralelamente, los unos á ZE, los otros á GE; como los rayos reflejos se juntan en G, desde donde ván despues á dar en E, hágase $Gg : gE :: Eh : hH$, esto dará en H el focus que se pide de los rayos emergentes, colocando hH respecto de Eh, como Gg lo está respecto de gE (178).

181 De aquí inferiremos 1.° que si suponemos que el manojo incidente tenga al rededor de A un movimiento angular en el plano del círculo $BCDE$, las proporcionales Aa, aB, Bf, fF mudarán todas de longitud (175), del mismo modo que TL; y quando TF, TL, Tf están en proporcion continua, los rayos emergentes serán paralelos á EZ.

Porque teniamos $Gg : gE :: Eh : hH$; luego hH llega á ser infinita quando Gg es nula, esto es, quando VG es igual á Vg ó Tf, cuyas lineas siempre son iguales, porque las cuerdas BC, DE lo son del mismo modo que las refracciones en E y B. Pero, por construccion, TF, TL, VG es-

están siempre en proporcion continua ; luego quando VG y Fig.
Tf son iguales, TF, TL, Tf están tambien en proporcion continua.

182 2.° Luego si los rayos incidentes fuesen paralelos, los rayos emergentes lo serán tambien, quando Tf y TL llegan á ser iguales, y por consiguiente quando Lf es á LC como la unidad es al número de reflexiones.

Porque quando el punto radiante A está á infinita distancia, el focus F coincide con f, y por lo mismo TF, TL, Tf que forman una proporcion continua (181) llegan á ser iguales.

183 3.° Luego si se tira SM perpendicular á AB prolongada, y llamamos n el número de las reflexiones, si los rayos incidentes fuesen paralelos, los rayos emergentes lo serán tambien quando $BL : BM :: (n+1)SL : SM$.

Porque en virtud de lo probado (182), tenemos $n : 1 :: LC$ ó $LB : Lf$, de donde sale $n+1$ es á 1 como Bf es á Lf, esto es, en razon compuesta de SM á SL, y de BL á BM (169); luego, multiplicando por la razon de SL á SM, tendremos $(n+1) SL : SM :: BL : BM$.

184 4.° Por consiguiente, si hacemos $I : R :: SM : SL$, y $m = n+1$, tendremos $BM : BS :: \sqrt{(II - RR)} : \sqrt{[(mm - 1)RR]}$; esto determina el ángulo de incidencia SBM, quando los rayos que vienen paralelos á AB, salen paralelos á EZ.

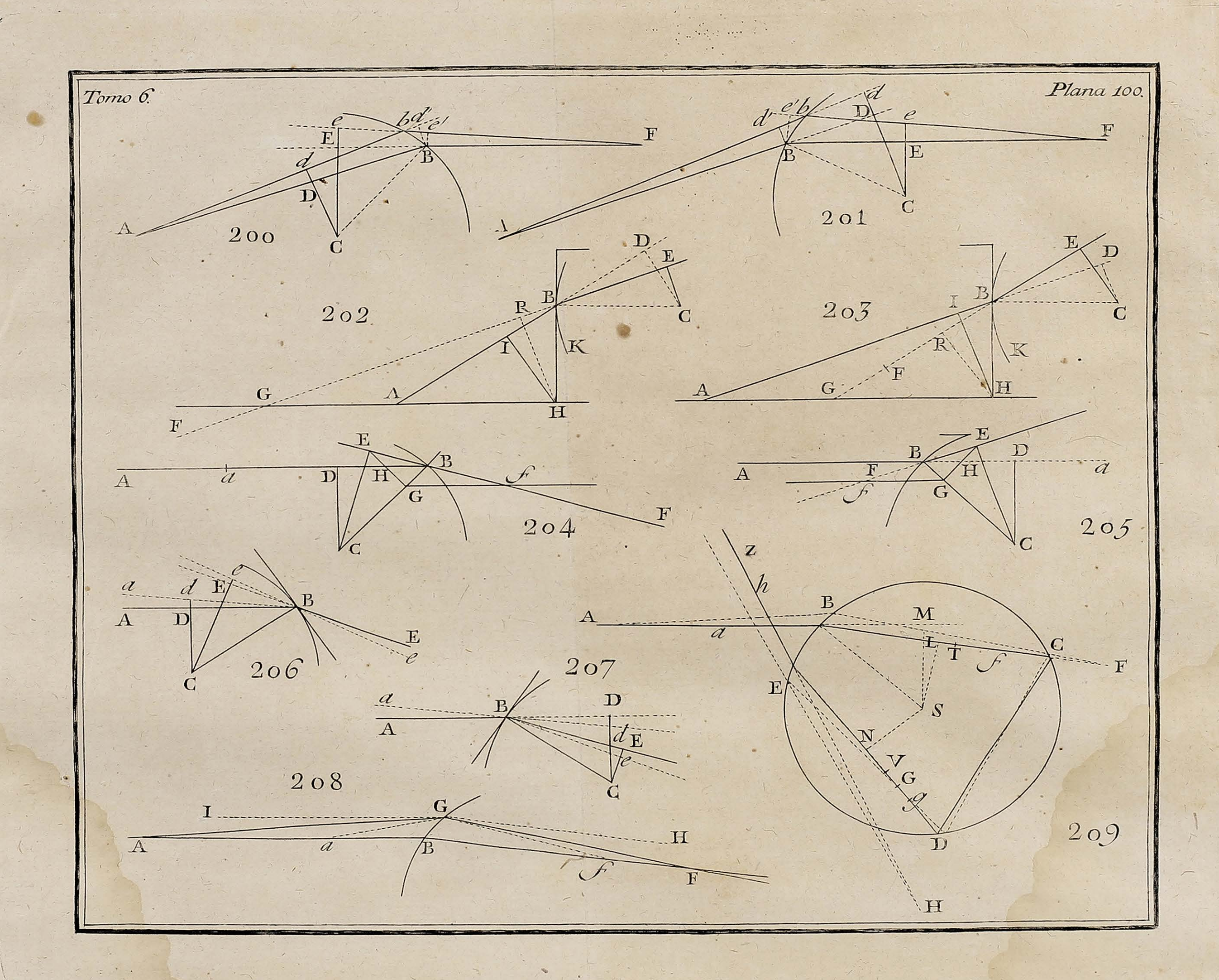
Porque por razon de ser $SM : SL :: I : R$, tenemos $SM \pm SL : SM :: I \pm R : I$; y en virtud de lo probado

 do

Fig. do (183), tenemos $BL \pm BM : BM :: mR \pm I : I$. Pero $(SM)^2 + (BM)^2 = (SL)^2 + (BL)^2$, ó $(SM)^2 - (SL)^2 = (BL)^2 - (BM)^2$, ó $(SM + SL)(SM - SL) = (BL + BM)(BL - BM)$, que dá $SM + SL : BL + BM :: BL - BM : SM - SL$, que se transforma en $\frac{I+R}{I} SM : \frac{mR+I}{I} BM :: \frac{mR-I}{I} BM : \frac{I-R}{I} SM$; de donde se saca $(II - RR)(SM)^2 = (mmRR - II)(BM)^2$, que dá $(BM)^2 : (SM)^2 :: II - RR : mmRR - II$, y por consiguiente $(BM)^2 : (BS)^2 :: II - RR : (mm - 1)RR$; luego finalmente $BM : BS :: \sqrt{(II - RR)} : \sqrt{[(mm - 1)RR]}$.

185 Cuestion II. *Dada la posicion y naturaleza de dos curvas que separan tres medios dados, y suponiendo que rayos paralelos que forman un manojo sutil, vengan á dar, atravesando uno de los medios esteriores, en dichas curvas, con la oblicuidad que se quisiere; hallar su focus, despues de refringidos por dichas curvas.*

210. Sea $aAbcCd$ un rayo refringido en A y C por las dos curvas dadas AB, CD; sean, en dicho rayo, a y d los focus que tendrian rayos paralelos, y muy inmediatos á AC en el medio interior, despues de refringidos por las curvas AB y CD al pasar de dicho medio á los medios esteriores. Y sean b y c los focus de rayos respectivamente paralelos á aA y DC en los medios esteriores, refringidos al pasar al medio interior. Estos focus se pueden hallar por lo dicho (172). Hágase despues $cb : bA :: aA : aI$, y colocando aI respecto de aA, como bc lo está respecto de bA, el punto I será el focus de los rayos paralelos que vienen



Tomo 6.
Plana 100.
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209

nen á dar en la curva CD, atravesando el medio estremo Fig.
que limita, y son refringidos por dicha curva, y la siguiente AB (178); porque dichos rayos se juntan en c despues de su primera refraccion. Se hará tambien $bc : cC :: Cd : dH$; y colocando dH respecto de dC, como cb lo está respecto de cC, el punto H será el focus de los rayos paralelos que vienen á dar en AB despues de atravesar el otro medio esterior (178).

186 Luego 1.° Si suponemos que las dos superficies 211.
AB, CD pertenezcan á una esfera de una materia homogenea, cuyo centro sea S; tírese SM perpendicular al rayo incidente aA prolongado, y SN perpendicular al rayo emergente dC, tambien prolongado. Pártanse por medio las aM y dN, la una en I, la otra en H; los puntos I, H serán los focus de los rayos que dán en la esfera, paralelos á dC y aA.

Porque si dividimos AC en dos partes iguales en L, tendremos $Lc : LC :: Cd : CN$ (173), que dá $Lc : cC :: Cd : dN$; pero por lo probado (185) bc ó $2Lc : cC :: Cd : dH$, y por consiguiente $2Lc \times dH = cC \times Cd = Lc \times dN$; luego $dH = \frac{1}{2} dN$; del mismo modo se hallaría que $aI = \frac{1}{2} aM$.

187 2.° Hallamos antes (172) que Cd es á CN como la tangente del menor de los ángulos de incidencia y de refraccion es á la diferencia de sus tangentes; por tanto el focus H cae dentro ó fuera de la esfera, segun la tangente menor es mayor ó menor que la diferencia de

Fig. dichas tangentes; cuya diferencia crece al infinito, mientras los ángulos de incidencia y de refraccion crecen, esto es, mientras el rayo *AC* se aparta mas y mas del centro de la esfera.

188 Cuestion III. *Dado el punto de donde salen los rayos incidentes, hallar su focus, despues de haberlos refringido dos curvas dadas que separan tres medios dados.*

210. Sean en el rayo *IaACdH* dado de posicion, *a* y *d* los focus que tendrian rayos paralelos, y muy inmediatos á *AC* en el medio interior, en virtud de las refracciones que padecerian al atravesar *AB* y *CD*, al pasar á los medios esteriores. A mas de esto, sean *I* y *H* los focus de otros rayos que viniesen por los medios esteriores, los unos paralelamente á *CH*, y los demás paralelamente á *AI*, y fuesen refringidos por las mismas curvas. Sea actualmente *P* el punto de donde salen los rayos que dán en la superficie *AB*; *I* y *a* los focus de estos rayos que suponemos que vienen por direcciones contrarias á los rayos incidentes; haciendo *PI* : *Ia* :: *dH* : *HR*, y colocando *HR* respecto de *Hd*, como *IP* lo está respecto de *Ia*, el punto *R* será el focus de los rayos que saliesen de *P*, despues que los hubieren refringido las curvas *AB*, *CD*.

Porque si hacemos *Pa* : *aA* :: *Ab* : *bQ*, y colocamos *bQ* segun acostumbramos, el punto *Q* será su focus, despues que *AB* los hubiere refringido (178). Luego si dando los rayos en la curva *CD*, despues de haberse juntado en *Q*, hacemos *Qc* ; *cC* :: *Cd* : *dR*, y colocamos *dR* co-

como acostumbramos, R será su focus despues de las dos Fig.
refracciones que hubiesen padecido. Pero por la primera de estas dos proporciones y de las de la cuestion antecedente, $Pa \times bQ = bc \times aI$, y por las segundas, $Qc \times dR = bc \times dH$. De los dos primeros productos se saca $Ia : Pa :: bQ : bc$, de donde, y de los segundos sacaremos $PI : Pa :: dH : dR$, que se reduce á $PI : Ia :: dH : HR$. De esta proposicion inferiremos

189 1.° Que quando el rayo $IACH$ fuere dado de posicion, será HR recíprocamente como PI, por ser invariable el producto $Ia \times dH$.

190 2.° Como en la esfera tenemos $PI : IM :: NH : HR$, podremos determinar el focus R, colocando HR respecto de HN, como lo está IP respecto de IM; porque hemos sacado antes (186) $IM = Ia$, y $HN = Hd$. 211.

191 Cuestion IV. *Dadas las naturalezas y posiciones de tres curvas que separan quatro medios dados, y suponiendo que una espiga sutil de rayos paralelos viene, despues de atravesar uno de los medios esteriores, á dar con la oblicuidad que se quisiere, en dichas curvas; hallar su focus despues de todas las refracciones.*

Suponiendo que por la cuestion antecedente se hayan determinado los focus a y d, I y H, respecto de dos superficies consecutivas, como AB, CD; sea el rayo CeE refringido por la superficie EF en la direccion EfM; y sean e, f los focus de los rayos que vienen paralelamente, los unos á ME, y los otros á CE, y son despues refringidos 122.

Fig. por la superficie EF. Juntandose en e los rayos que vienen paralelos á ME, y dando despues en CD, haremos eH: Hd :: aI : IL, y colocando IL como es costumbre, el punto L será el focus de los rayos que dan paralelos en la curva EF, despues de haberlos refringido las tres curvas (188). Y si hacemos He : eE :: Ef : fM, y colocamos fM á lo acostumbrado, será M el focus de los rayos que dan paralelos en la curva AB (178).

192 Cuestion V. *Dado el punto de donde viene una espiga sutil de rayos que dan, con la oblicuidad que se quisiere, en un número qualquiera de curvas dadas que separan medios dados; hallar el focus de los rayos emergentes.*

213. Sean I y f los focus que tendrian, en virtud de las refracciones que padecerian al pasar por los medios esteriores, rayos paralelos y muy inmediatos al rayo dado, en uno de los medios interiores, pongo por caso, en el medio CE; y sean L y M los focus de otros rayos que viniesen paralelos, los primeros á ME, y los demás á LA, y fuesen refringidos despues por todas las curvas. Sea P el punto de donde salen los rayos incidentes, L é I los focus de dichos rayos que se supone que vienen por una direccion contraria á la de los rayos incidentes; si hacemos PL : LI :: fM : MS, y colocamos MS respecto de Mf, como LP lo está respecto de LI, el punto S será el focus, despues de todas las refracciones, de los rayos emanados de P.

Esto se prueba por lo dicho en la última cuestion, del mismo modo que probamos la quarta por la tercera.

De

Fig.

De las Causticas por Refraccion.

193 Si un número infinito de rayos incidentes *AB*, *AB* &c. que todos están en un mismo plano, no concurren en un punto ó focus único, despues de su última refraccion, y se cortan mutuamente en una infinidad de puntos, la curva *FFF* que tocase cada uno de los rayos refractos prolongados si fuere menester, se llamará *Caustica por Refraccion*. 214.

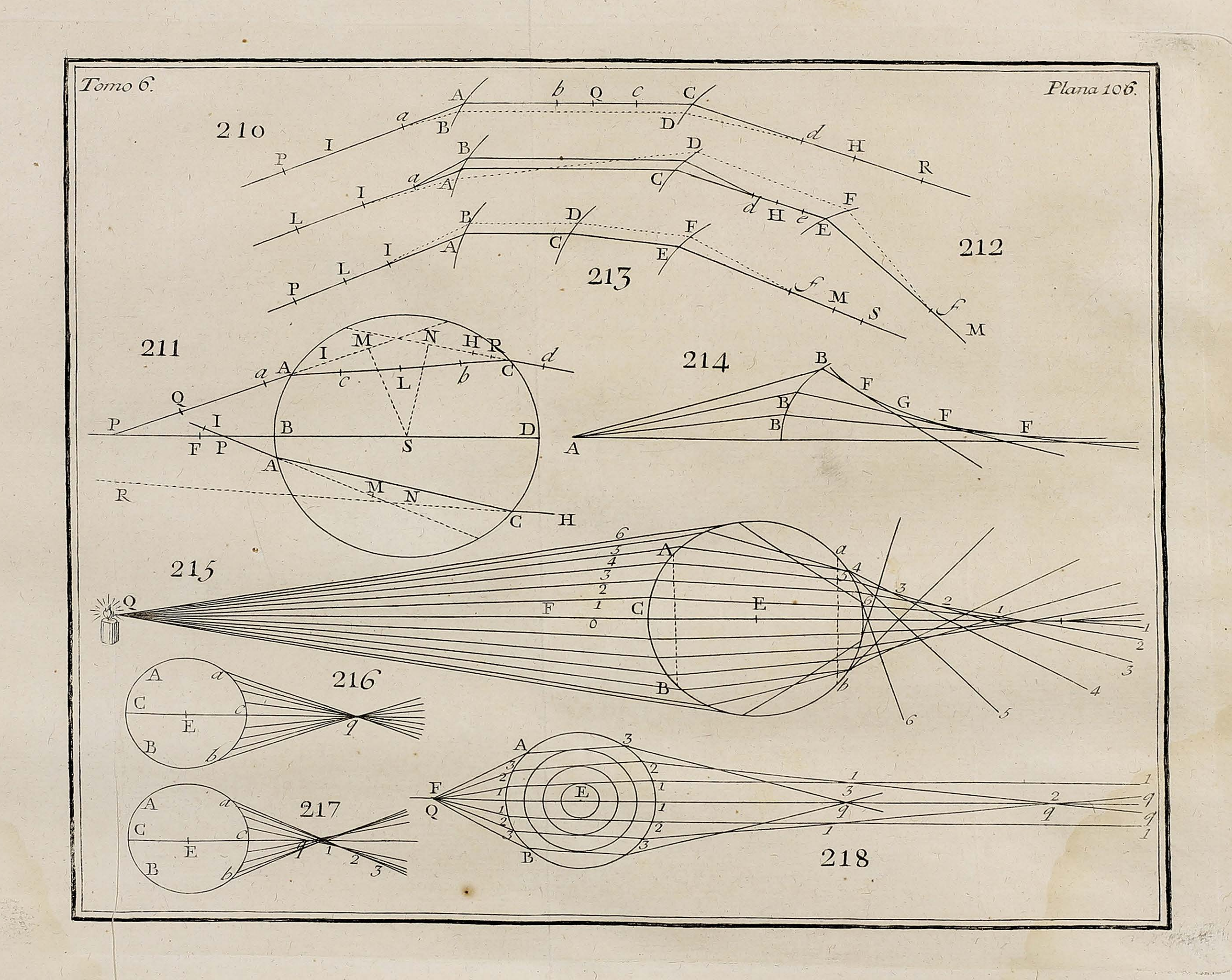
194 Un esperimento nos manifestará la formacion de estas curvas. Si hacemos que la luz del sol, ó de una bugía, que pasa por una esfera ó redoma redonda llena de agua, dé en un papel blanco, colocado paralelamente al ege del manojo, y muy cerca del mismo ege, se reparará alli mismo una figura luminosa terminada por dos curvas de una luz muy viva, que serán las causticas, las quales al paso que se apartan de la esfera se arriman una á otra, y por consiguiente al ege del manojo, y se encuentran por fin formando un ángulo agudo, cuyo vértice es el focus del manojo luminoso. 215.

El resplandor de estas curvas está diciendo por medio de la figura, que se forman de las intersecciones sucesivas de cada rayo con el que se le sigue, y por consiguiente el resplandor del papel en lo interior de dichas curvas, proviene de la multitud de intersecciones que se hacen en la figura, siendo así que por falta de ellas queda obscura la parte de afuera.

Fig. Manifiesta tambien la figura y posicion de la caustica que cada rayo corta el que se le sigue en un punto de la curva antes de encontrar el ege. Porque si cada rayo cortase al que tiene mas inmediato á sí, en un punto del ege,
216. todos ellos cortarian el ege en un solo y mismo punto; así, la parte iluminada del papel se compondría de dos espacios angulares terminados, no por curvas, sino por rectas que se cortan en el focus, y por consiguiente cada espacio angular estaría igualmente iluminado, á distancias iguales de cada lado del focus, cuya consecuencia no concuerda con el esperimento.

217. Y si cada rayo no cortara al que se le sigue sino despues de cortar el ege, sus intersecciones succesivas engendrarian una curva, cuyos dos ramos formarian como antes un ángulo agudo en el focus, y que á medida que se apartarian de la esfera, se irian apartando mas y mas del ege, conforme se vé en la figura; y esto tampoco concuerda con la esperiencia. Inferamos, pues, de la posicion y figura de la caustica, que ningun rayo encuentra el ege sino despues de cortar al que se le sigue inmediatamente; que el focus del manojo luminoso está en el punto del ege, donde los rayos mas inmediatos al mismo ege van á encontrarse con él; y que los rayos incidentes que están apartados del ege, son los que le cortan en puntos mas distantes del focus.

195 Por consiguiente, ya que la infiexion total de un rayo no muda quando atraviesa la esfera á distancias igua-


210
211
212
213
214
215
216
217
218

iguales de su centro, síguese que si arrimamos gradual- Fig.
mente la bugía á la esfera, los rayos mas inmediatos á su
centro al uno y otro lado, saldrán primero paralelos al 218.
ege del manojo, y luego despues divergirán de un punto 219.
del mismo ege detras de la bugía; que entonces los rayos
mas inmediatos á aquellos de cada lado del centro, sal-
drán tambien paralelos al ege, y divergirán luego despues
de otro punto del mismo ege mas distante detras de la bugía 220.
que el primero; y así prosiguiendo. Luego quando los ra-
yos emergentes divergen, dichos rayos, tomándolos de dos
en dos, prolongados detras del punto luminoso, atraviesan
el ege antes de cortarse, y sus intersecciones succesivas
forman una caustica imaginaria compuesta de dos ramos 221.
que forman un ángulo agudo, cuyo vértice está en el fo-
cus, y que se van apartando del ege, á medida que se apar-
tan de la esfera.

196 Quando un manojo grande de rayos atraviesa 222.
una lente convexa, tambien forman sus rayos, despues de 223.
la refraccion, una caustica ó alguna porcion de una caus-
tica que nace en el focus del manojo, y coge mayor ó
menor estension, segun se compone la lente de segmentos
mayores ó menores de esferas de iguales convexidades á la
de los segmentos.

Porque si imaginamos que dos planos *AB*, *ab* separen de una esfera, por la qual pasan rayos, dos segmentos opuestos *ACB*, *acb*, y se sobreponga el uno de estos segmentos al otro, las refracciones que padecerán dichos ra-

yos

Fig. yos al atravesar los segmentos sobrepuestos, serán con corta diferencia las mismas que si atravesaren la esfera entera; y por consiguiente las causticas que la lente y la esfera engendraren, tendrán propiedades semejantes.

Es facil de confirmar lo que acabamos de decir acerca de la generacion de las causticas, tapando una parte de la esfera, ó la una de las superficies de un vidrio convexo grande, con un círculo grande de papel de estraza, despues de hacer en su diámetro con un alfiler algunos agugeros igualmente distantes unos de otros. Porque la luz que pasare por estos agugeros, formará otras tantas manchas luminosas, á distancias iguales unas de otras, en un papel colocado cerca del vidrio perpendicularmente á los rayos. Pero si se apartare el papel del vidrio, los intervalos entre las manchas esteriores llegarán á ser menores que los de las interiores, y esto es señal de que se juntan mas presto.

224. 197 Por el contrario, si se tapa con el mismo círculo la una de las superficies de una lente cóncava, quando se apartare el papel de dicha lente, los intervalos entre las manchas esteriores llegarán á ser mayores que los de las manchas interiores; esto manifiesta que los puntos de los quales los rayos esteriores divergen, están mas próximos al vidrio que aquellos de donde divergen los rayos interiores. Prevenimos que este esperimento no saldrá bien con vidrios cóncavos ordinarios, como aquellos que gastan las personas de vista corta; no son ni bastante cóncavos, ni bastan-

tante anchos, ni bastante gruesos para que sea reparable el efecto mencionado. Fig.

198 Por estas causticas así reales como imaginarias se echa de ver que los rayos esteriores de un manojo son gradualmente sobrado refringidos, ó lo que viene á ser lo propio, que los interiores lo son muy poco para que puedan juntarse todos en un punto solo; y que por consiguiente los ángulos de incidencia de los rayos esteriores respecto de la primera y segunda superficie de la lente ó esfera, son muy grandes para que se verifique esta union.

199 Los rayos de un manojo que atraviesa una superficie única engendran tambien, despues de las refracciones, causticas parecidas á las antecedentes; solo se diferencian de estas en que se apartan ó acercan al ege mas lentamente; y esto sucede porque la convergencia ó divergencia de cada par de rayos contiguos, no tiene mas causa que una refraccion sola. Todo esto presupuesto 225. 226.

200 *Si en el ángulo de incidencia* ABC, *ó en su suplemento, inscribimos una linea* AI *que tenga con* AB *la misma razon que el seno de incidencia tiene con el de refraccion; el rayo refracto* BF *será paralelo á* AI. 227. 228.

Porque en el triángulo *ABI*, el seno del ángulo *ABI* es al seno del ángulo *AIB* como *AI* es á *AB*, esto es, por construccion, como el seno de incidencia es al seno de refraccion. Pero *ABI* es el ángulo de incidencia ó su suplemento; luego *AIB* ó *IBF* es el ángulo de refraccion, ó su suplemento.

Hemos de prevenir que un círculo, cuyo centro es *A*, 229.

y

Fig. y *AI* el radio, cortará *BC* prolongada, en dos puntos *I* é *i*, y que por consiguiente se pueden tirar por el punto *B* dos lineas *BF*, *Bf* respectivamente paralelas á *AI* y *Ai*, que formen con *CBi* ángulos iguales á cada lado de *B*; pero es facil distinguir qual de las dos lineas *BF*, *Bf* traza el rayo refracto, con reparar si la refraccion arrima ó aparta el rayo de la perpendicular.

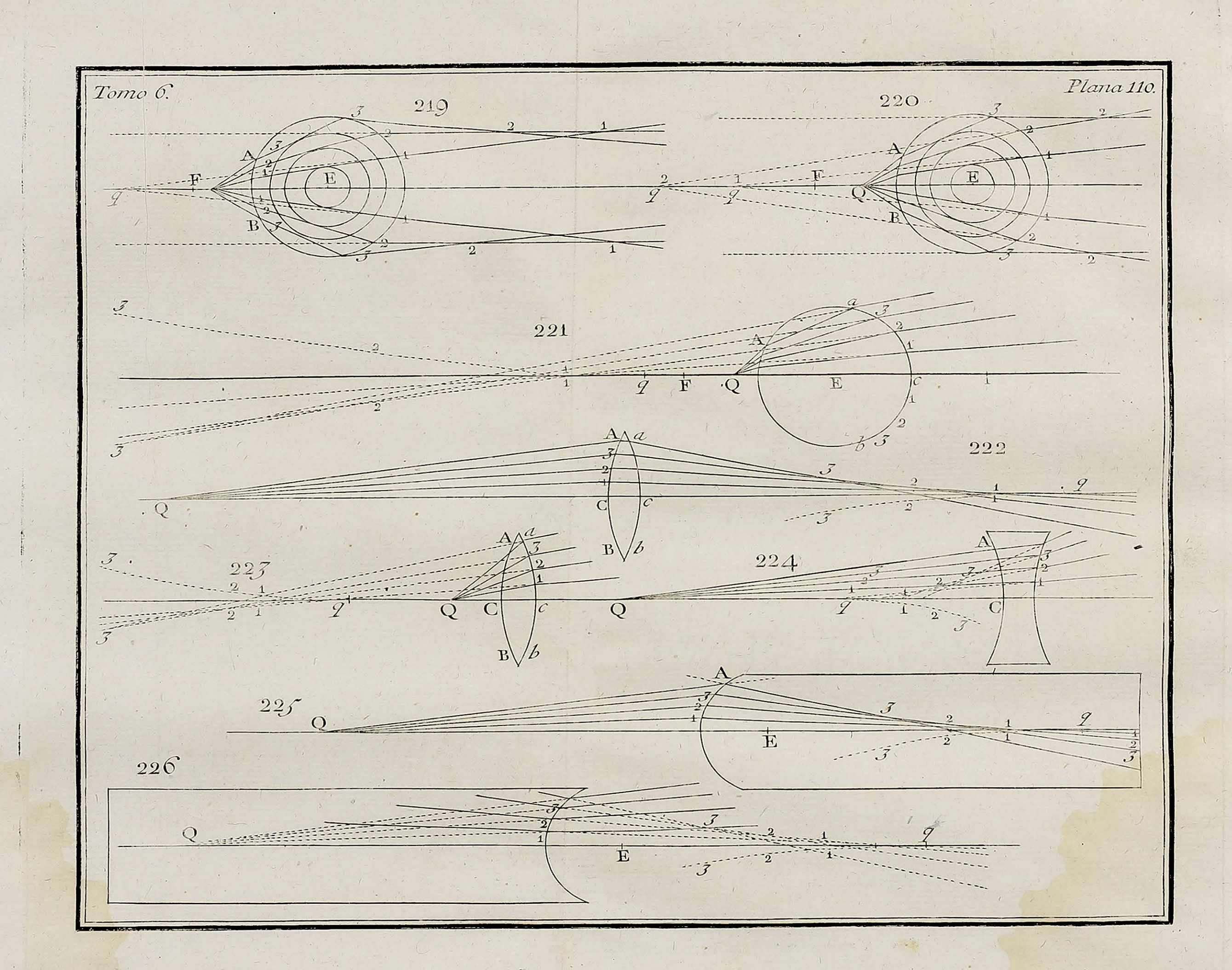
227. 201 Síguese de aquí 1.° quando la superficie del
228. medio mas denso es convexa, tómese en el ege *AC*, la *CT* á *TD* como el seno de incidencia es al seno de refraccion; y si *CA* fuese mayor que *CT*, todos los rayos que dieren en el arco *DB* convergirán ácia el diámetro *CD*.

Porque entonces la razon de *CA* á *AB* se acercará siempre mas á la razon de igualdad, que la razon de *CT* á *TD*, ó de *IA* á *AB* por construccion; y por consiguiente *IA* y *AB* estarán siempre al uno y otro lado del ege *AC*, de suerte que *BF* convergirá siempre ácia dicho ege, y le cortará en ángulos mayores al paso que *DB* fuese mayor.

230. 202 2.° Pero si *CA* fuese menor que *CT*, tómese
231. el rayo incidente *AH* que tenga con *AC* la misma razon que el seno de refraccion con el seno de incidencia; el rayo refracto *HF* será paralelo al ege, y todos los rayos cuyos puntos de incidencia estuvieren mas lejos del ege que *H*, convergirán ácia el ege, siendo asi que los que cayeren mas cerca divergirán del mismo ege.

Porque en el triángulo *ACH*, el seno del ángulo *AHC* es al seno del ángulo *ACH* ó *CHF* como *AC* es á *AH*,

ó


219
220
221
222
223
224
225
226
A
B
E
F
Q
q
C
c
a
b
1
2
3

ó en la razon de refraccion. Pero si AB está mas lejos del ege que AH, AI y AB han de estar al uno y otro lado del ege, para que se verifique entre ellas la misma razon que entre AC y AH; luego siendo BF paralela á AI, converge ácia el ege. Pero quando AB está entre AH y AC, tambien lo ha de estar AI; luego BF divergirá del ege. Fig.

203 3.º Quando los rayos incidentes pasan por dentro de un medio mas denso terminado por una superficie convexa, levántese CE perpendicular al ege CD, y sea CE al radio CD ó CK, como el seno de refraccion es al seno de incidencia; tírese despues EK paralela al ege, y KL que toque el círculo en K, y corte el ege en L. Si CA fuese menor que CL, todos los rayos que vienen de A divergirán del ege despues de refringidos; porque un rayo que saliese de L, y siguiese la tangente LK, se refringiría en la direccion KE, si entrase en el medio refringente. 232.
Pero quando los rayos pasan de un medio mas denso á otro que lo es menos, sea CK perpendicular al ege, el radio de un semicírculo CEK en el qual esté inscripta la CE, que tenga con CK la misma razon que el seno de incidencia con el seno de refraccion; y tirando KE que corta el ege en M, si CA fuese menor que CM, todos los rayos refractos divergirán del ege. 233.

Porque un rayo que viniese desde M á dar en K, se refringiría en la direccion KF; lo demas se viene á los ojos por lo probado (202). Si en este último caso A camina ácia el centro, y pasa mas allá acercándose á la super-

Fig. perficie ; quando dicho punto llegare al centro , los ra-
234. yos saldrán sin refringirse ; y quando hubiere pasado mas allá , los rayos divergirán del ege , pero siguiendo una direccion opuesta á aquella que seguian en su primera divergencia.

235. 204 4.° Si tomáramos *CA* , *CB*, *CG* en proporcion continua en la razon del seno de incidencia al de refraccion, y colocáramos *A* y *G* del mismo lado de *C*, en el medio mas denso , los rayos divergirán todos exactamente del punto dado *G*.

Porque los triángulos *CAB*, *CBG* que tienen proporcionales los lados al rededor del ángulo comun *C*, son semejantes; por manera que el seno del ángulo de incidencia *CBA* es al seno del ángulo *CBG* ó *CAB* , como el lado opuesto *CA* es al lado opuesto *CB*; quiero decir , por construccion , en la razon de los senos que miden la refraccion; por consiguiente *CBG* es el ángulo de refraccion , y los puntos *A* y *G* son invariables.

236. 205 5.° Si los rayos incidentes como *AB* vinieren
237. paralelos á *CD*, inscríbase en el ángulo *BCD* ó su suplemento , una linea *DI* que tenga con *DC* la misma razon que el seno de incidencia con el seno de refraccion ; el rayo refracto *BF* será paralelo á *DI*.

Porque en el triángulo *DCI* el seno del ángulo *DCI* es al seno de *DIC* , como *DI* es á *DC* , esto es , por construccion , como el seno de incidencia es al seno de refraccion ; pero *DCI* es igual al ángulo de incidencia *ABI*,

ABI, ó á su suplemento; luego *DIC* ó *FBC* es el ángulo de refraccion ó su suplemento. Fig.

206 6.° De aquí sacamos un método práctico muy espedito para tirar en poco tiempo un número qualquiera de rayos refractos, trazando un arco desde el punto *D* como centro, y con el radio *DI*, tirando despues una recta qualquiera *CB* que corte dicho arco en *I*; y tirando finalmente *DI*, y la *BF* que sea paralela con ella.

207 7.° Luego á medida que el arco *DB* crece, *CF* mengua; porque por causa de los triángulos semejantes *CFB*, *CDI*, tenemos *CF* : *CB* :: *CD* : *CI*. Luego *CF* es recíprocamente como *CI*.

208 8.° Quando los rayos incidentes son divergentes, se pueden tirar con igual brevedad los rayos refractos. Tómese una linea *DI* que sea á *DC*, como el seno de incidencia al seno de refraccion, y tírese un radio *Cd* paralelo al rayo incidente *AB*; en el ángulo *dCB* ó su suplemento inscríbase una linea *di* igual con la linea constante *DI*, y tírese el rayo refracto paralelo á *di*. En el triángulo *dCi*, el seno del ángulo *dCi* es al seno de *diC*, como *di* es á *dC*, como el seno de incidencia es al seno de refraccion, por construccion; pero el ángulo *dCi* es igual al ángulo de incidencia *ABC* ó á su suplemento; luego el ángulo *diC* ó *FBC* es el ángulo de refraccion ó su suplemento. 238. 239.

209 Despues de determinada por lo probado (200 y sig.) la posicion de un rayo refracto qualquiera, y el punto

 don-

Fig. donde dicho rayo es cortado por el rayo mas inmediato (178), los puntos de una caustica quedarán determinados. Pero solo con considerar muchos casos que pueden ocurrir, podemos formar juicio de estas curvas.

240. 210 CASO I. Quando el punto radiante *A*, y el
241. centro *C* de un círculo refringente *EBE* están ambos en un medio mas denso. Despues de trazado con el radio *AC* un arco de círculo *DCD*, tírense en este arco las cuerdas iguales *CD*, *CD* que tenga cada una con el seno *CB* ó *CE* la misma razon que el seno de incidencia con el seno de refraccion, y tirando los rayos incidentes *ADE*, *ADE*, los ramos de la caustica empezarán en *E* y *E* (175 y 178) donde tocan el círculo refringente, y se arrimarán continuamente al ege *ACF*, hasta que le encuentren en el focus principal *F*, y allí formarán una punta; con tal que *A* esté mas lejos del centro que el focus *a* de rayos paralelos á *CA*, que viniesen del lado opuesto. Pero si *A* caminare ácia *a*, la distancia *Ff* será infinita, por manera que el ege *ACF* llegará á ser una asýmtota de los ramos de la caustica. Y si *A* pasare mas allá de *a*, los ramos se abrirán y tendrán dos asýmtotas *BF*, *BF*, con las quales
241. serán paralelos los rayos al salir en *B* del círculo refringente. Esto habrá de suceder indispensablemente en cierta posicion de *BA*, esto es quando los rayos que vinieren del lado opuesto, paralelamente á *FB*, se juntaren en *A*. Porque la distancia focal de rayos que son paralelos, mengua á proporcion que el punto de incidencia se aparta del ege,

ege, hasta ser igual con *ED* (175). Hay tambien otros dos ramos imaginarios que tienen las mismas asýmtotas, los quales nacen en el focus *F* actualmente colocado del otro lado del centro. Fig.

211 II. Quando *CA* es á *CB* como el seno de incidencia es al seno de refraccion, la caustica se reduce á un solo punto *F*, del qual todos los rayos divergirán por lo dicho (204).

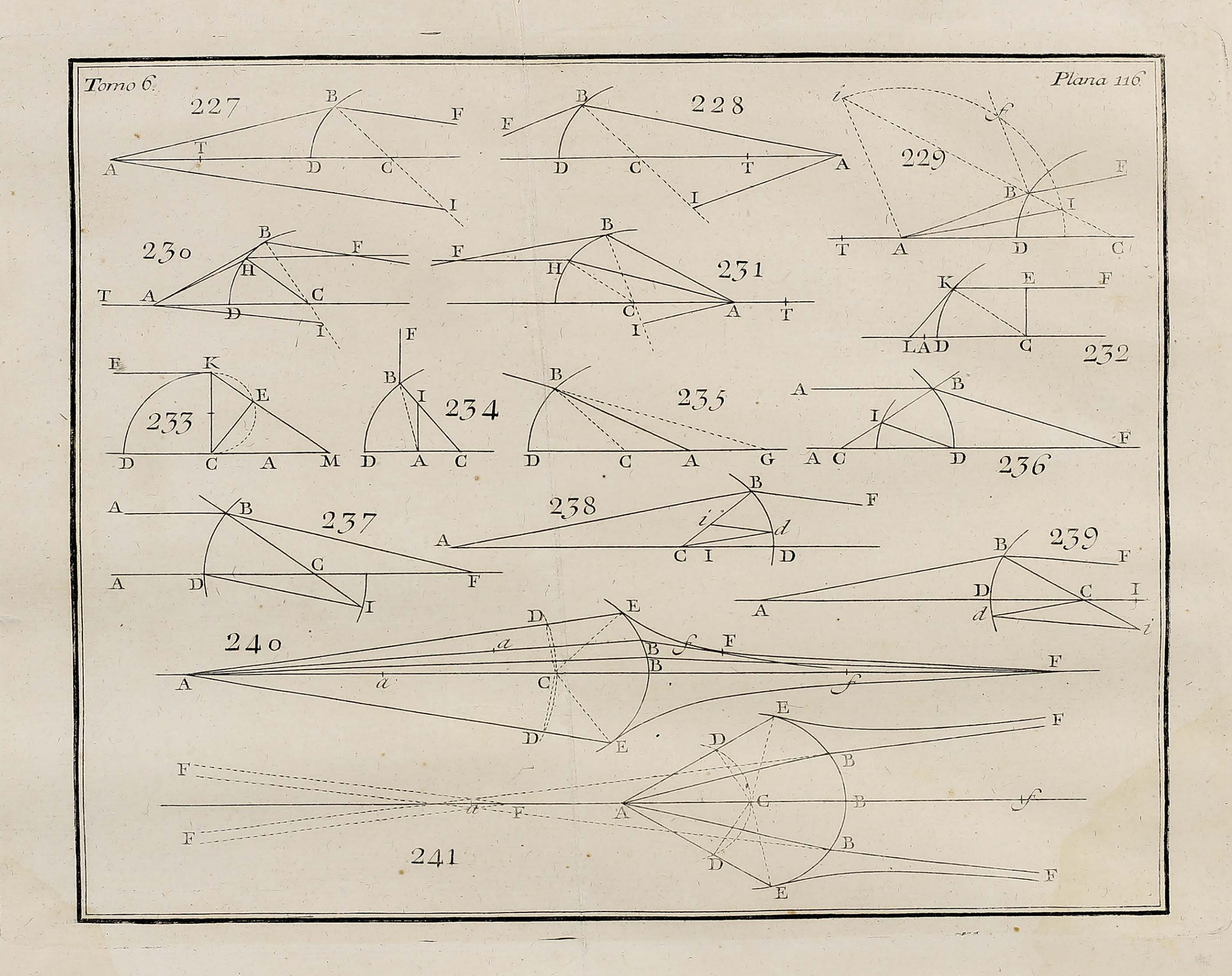
212 III. La figura representa una porcion de caus- 242.
tica engendrada por una lente *BBB* plano convexa y gruesa, en cuyo lado plano dán perpendicularmente rayos paralelos, que por consiguiente no esperimentan refraccion sino en el lado convexo. La posicion de los rayos refractos que dán en la circunferencia de la lente, se determina como en el caso siguiente.

213 IV. Quedándose *C* en el medio mas denso, tras- 243.
ládese el punto radiante *A* al medio mas raro, y tírense 244.
las tangentes *AD*, *AD* al círculo refrigente *DBD*; tírense 245.
despues las *CD*, *CD*, sobre las quales como diámetros trácense los semicírculos *CED*, *CED* ácia el medio mas denso, en los quales se tirarán las rectas *CE*, *CE* que tengan con el seno total *CD* la misma razon que el seno de refraccion con el seno de incideneia. Los ramos de la caustica, que empiezan en *E*, en la direccion *DE*, *DE*, se irán aproximando al ege *AC*, hasta encontrarle en el focus principal *F*; con tal que *CA* sea mayor que *Ca*; ó tendrán las mismas posiciones que en el primer caso.

Fig. 214 Estando el punto radiante *A* en el medio mas
243. raro, conclúyase el círculo *DBD*, que corte la caustica en *F* y *F*, el ege *AC* en *G*, y otro rayo qualquiera *ABF* en *h*. Suponiendo que el rayo *AB* se aparte del ege, y se arrime, girando al rededor de *A*, á la tangente *AD*, el arco *Gh* crecerá al principio hasta ser igual con el arco *GF*, y despues menguara hasta igualarse con el arco *Gi*, cortado por el último rayo refracto *DEi*. Esto es evidente por el movimiento del rayo refracto *BhF*, mientras toca la convexidad de la caustica en *F*, con tal que el punto radiante *A* esté bastantemente lejos de la superficie, para que el último rayo refracto *DEi* pueda convergir ácia el ege *AC*.

246. 215 Para hallar la longitud de una caustica por refraccion, imaginaremos que á la caustica *HFN* se la envuelva con un hilo empezando desde el punto *B*; se trazará una curva *BLK*, tal que la tangente *LF* mas la parte *FH* de la caustica siempre será igual con la recta *AH*. Sea otra tangente *Fml* infinitamente próxima á *FML*, y otro rayo incidente *Am*, y desde los centros *A* y *F* trácense los pequeños arcos *MO*, *MR*; los dos triángulos *MRm*, *MOm* serán semejantes con los dos triángulos *MEC*, *MGC*. Tendremos, pues, *Rm* es á *Om* como el seno *CE* es al seno *CG*, ó como *m* es á *n*, representando la razon de refraccion por la de *m* : *n*. Pero *Rm* es el pequeño incremento del rayo *AM*, y *Om* es el pequeño incremento correspondiente de *LM*; luego *AM* — *AB*, suma de los pe-

que-


Tomo 6.
Plana 116.
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241

pequeños incrementos Rm, en la porcion de curva BM, es Fig.
á ML ó $BH - MF - FH$, suma de todos los pequeños incrementos correspondientes Om, en la misma porcion BM, como m es á n, y por consiguiente la porcion $FH = BH - MF + \frac{n}{m} BA - \frac{n}{m} AM$.

216 Quando el punto radiante A está á una distancia infinita, $AB = AM$, y AP es una linea recta perpendicular á los rayos incidentes, en este caso la caustica $FH = BH - MF$ ó $NH = BH - NK$.

217 Para hallar los puntos de una caustica qualquie- 247.
ra originada de dos refracciones succesivas, sea el rayo BFb que toca en F la caustica EFF engendrada por la primera refraccion, el qual encuentra otra curva qualquiera GbF, ó la misma continuada, y sea dicho rayo refringido en b, donde encuentra la curva en la direccion de la linea bd, en la qual sea bd la distancia focal de otros rayos que vinieren paralelamente á Bb, y sea en la bB, bc la distancia focal de otros rayos que vinieren paralelamente á db; ya que F es el punto de concurso de los rayos que dán en la curva bG, haremos $Fc : cb :: bd : dk$, y colocando dk á lo acostumbrado (178), el punto k será el focus de un manojo muy delgado, despues de haber padecido dos refracciones, ó un punto de la segunda caustica KFk. Tambien se pueden hallar los puntos de dicha curva por lo dicho (188 y 190), sin buscar el punto F de la primera caustica.

218 Por donde se echa de ver que una caustica en- 247.
gendrada por las refracciones que padecen rayos al atrave-

 sar

Fig. sar una seccion circular de un cilindro ó círculo máximo de una esfera, tendrá una figura parecida á la que aqui representamos. Esta caustica que el ege *ACK* parte por medio, tiene cada una de sus mitades formada de dos arcos *KkFl* y *lki* convexos el uno ácia el otro, y forman un retroceso *l* en lo interior del círculo. El arco *KkFl* de la segunda caustica corta el círculo en el mismo punto *F* que la primera; porque por la proporcion de arriba, quando los puntos *F*, *h* coinciden, ó quando $Fc = ch$, *hd* y *dk* son tambien iguales. El retroceso en *l* proviene de que mientras *hk* crece, y despues mengua, el punto *h* se arrima continuamente á *G* (214). Los arcos *KFl* y *lki* son convexos uno ácia otro, porque el rayo emergente, mientras su punto de contacto *k* se mueve desde *K* ácia *F*, ó ácia *l*, ó ácia *i*, corta el ege *CK* en ángulos siempre mayores, hasta que por último sale por *i* en la direccion de una tangente al círculo, ó á la caustica. Si el punto de donde vienen los rayos incidentes, estuviere á una distancia de la esfera, menor que la distancia focal de dicha esfera, la segunda caustica *FKk* tendrá dos asýmtotas como la primera, y se parecerán mucho las figuras de dichas curvas.

Esperimentos Dióptricos y Catóptricos.

248. 219 ESPERIMENTO I. *Para averiguar qué ley sigue la luz en su diminucion, á medida que se aparta del cuerpo luminoso*

Hágase pasar la luz que despide un punto *A* por un agu-

agugero quadrado *bcde*, recíbase despues en un plano *BCDE* Fig.
paralelo al agugero; quando la distancia *AB* de dicho plano al punto *A*, fuere dupla de la distancia *Ab* del agugero, las dimensiones del espacio iluminado *BD* serán duplas de las del agugero *bd*; serán triplas, si *AB* fuese tripla de *Ab*, y prosiguiendo á este tenor; todo esto se comprueba facilmente plantando una bugía en *A*.

220 Luego el espacio alumbrado *BD*, á una distancia *AB* dupla de *Ab*, será quatro veces mayor que el agugero; á una distancia tripla, será nueve veces mayor; á una distancia quadrupla, diez y seis veces &c. Pero se viene á los ojos que una misma cantidad de luz no puede alumbrar un espacio quadruplo, sin esparramarse quatro veces mas, y ser por lo mismo quatro veces mas debil; que esparramada en un espacio nueve veces mayor, ha de ser nueve veces mas debil &c. Así, *la fuerza ó intensidad de la luz mengua en la misma razon que crece el quadrado de la distancia al punto luminoso*. Esto es lo mismo que probamos antes (13 y 14).

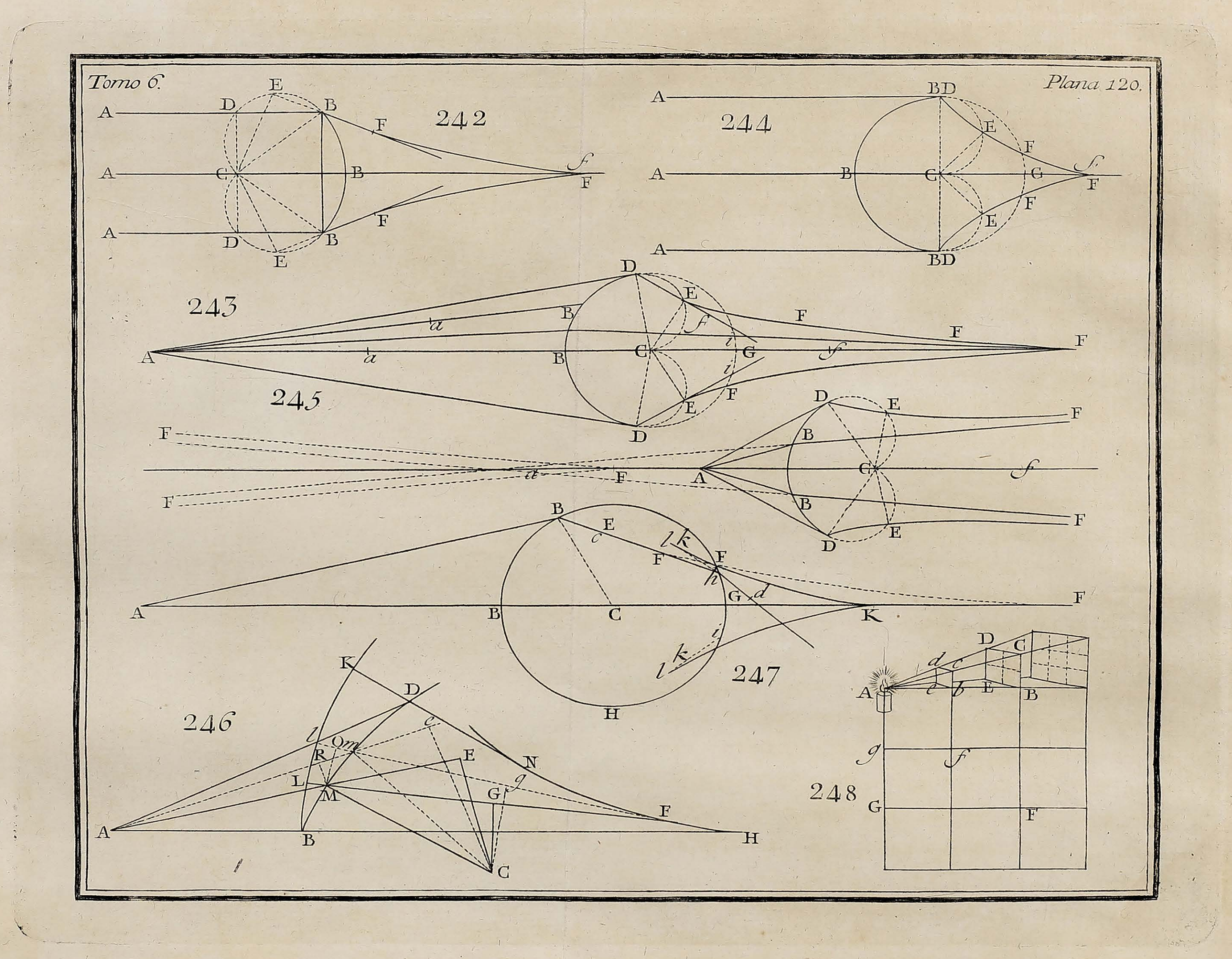
221 Esperimento II. *Para conocer la distancia focal de una esfera refringente de agua ó de vidrio.* 249.

Teniendo prevenida una bola de vidrio, hágase en un pedazo de papel de estraza un agugero de cerca de una pulgada de diámetro, y encólese en la superficie de la bola, y llénesela de agua. Póngase despues vuelto ácia el sol el lado de la bola en que está pegado el papel, de modo que dando los rayos perpendicularmente en el agugero puedan

Fig. pasar por medio del agua; los rayos convergentes se juntarán en el focus, á una distancia de la bola *igual al radio del globo*, conforme se puede verificar haciendo que los rayos refractos vayan á dar en un papel blanco que esté á dicha distancia. Este efecto no tiene (121) mas causa que la refraccion que ocasiona el agua, y de ningun modo proviene de la refraccion del vidrio. Porque si se repite el esperimento con la bola vacía, la luz al dar en el papel despues de haber pasado por el agugero, formará una imagen tan ancha como el mismo agugero, sea la que fuere la distancia entre la bola y el papel. Si se hiciere este esperimento con una bola sólida de vidrio, la distancia de su focus á la parte mas inmediata del globo, será *la quarta parte de su diámetro.*

222 Esperimento III. *Para averiguar el focus ó punto de concurso despues de una refraccion no mas.*

Quedándose todo del mismo modo que en el último esperimento, encólese un pedazo de papel blanco y delgado al lado de la bola, que está enfrente del papel de estraza; y quando la luz del sol que viene del agugero, diere en el papel blanco, mídase con un compas su ancho *GH*, se hallará que es con poca diferencia la mitad del diámetro *AB* del agugero del papel de estraza. Esto manifiesta que si los rayos convergentes *AG*, *BH* se prolongaren, y pudieren ir en linea recta bastante lejos al salir del agua, se juntarian en un focus *T*, cuya distancia *DT* al punto mas próximo de la bola sería (219), con corta diferencia, la mitad de



Tomo 6.
Plana 120.
242
243
244
245
246
247
248

de *CT* que es la distancia al punto mas remoto, y sería por Fig.
consiguiente igual al diámetro *CD*; y por lo mismo *CT* es á *TE* como 4 á 3, conforme digimos (117). Si el papel blanco estuviere pegado á la parte posterior de una bola de vidrio maciza, se hallará que el diámetro *GH* del círculo luminoso es igual á un tercio de *AB*; por consiguiente los rayos *AG*, *BH* convergen ácia un focus *T* que dista del punto *D* un tercio de su distancia al punto *C* (219); quiero decir que *CT* es á *TE* como 3 es á 2 (117). Si se hace este esperimento con una vela encendida, puesta á mucha distancia de la esfera; á medida que la vela se arrimará á la bola, el diámetro del círculo *GH* irá creciendo continuamente; y esto dá á conocer que el focus *T* se aparta de la bola, conforme digimos (118).

223 Esperimento IV. *Para hallar la distancia focal de un vidrio convexo.* Si pegamos al un lado de una 250.
lente convexa un papel con muchos agugeritos, y se le pone directamente al sol, los rayos que pasaren por los agugeritos, estamparán en un papel blanco puesto muy inmediatamente detras de la lente, otras tantas manchas blancas que se irán juntando unas con otras al paso que se alejare el papel de la lente, hasta que en el focus no formarán mas que una sola mancha. Se podrá, pues, medir la distancia de este focus al vidrio, cuya distancia hemos llamado *Distancia focal*, y no se hallará sensiblemente mudada, aunque se vuelva al sol el otro lado del vidrio (131), ni aunque se le incline un poco ácia los rayos inciden-

tes

Fig. tes (136); y con tal que esta corta inclinacion se haga sin comunicar algun movimiento al medio del vidrio, el focus, ó la mancha estampada en el papel no mudará sensiblemente de lugar. Esto manifiesta que el ege del manojo oblicuo prosigue en linea recta del mismo modo que el del manojo directo (127). Si se alejare mas el papel del vidrio, las manchas se separarán unas de otras.

224 Esperimento V. *Para conocer la distancia focal de un vidrio cóncavo.* Si se cubre del mismo modo una lente cóncava, y se la pone al sol, las manchas de la luz que pasare por los agugeros, y fuere á dar en el papel detras del vidrio, se irán apartando mas y mas unas de otras al paso que el papel se apartare del vidrio. Esto prueba que los rayos emergentes son continuamente divergentes res-
251. pecto del focus colocado delante del vidrio. Quando la distancia *ab* de dos manchas qualesquiera es dupla de la distancia *AB* que hay entre los dos agugeros correspondientes del papel por donde pasan; la distancia *Ef* entre el papel y el vidrio es entonces igual á la distancia *EF* de su focus (219), y por este medio se puede medir.

Por medio de estos esperimentos se averiguará que la distancia focal *EF* de una lente plano convexa, ó plano cóncava es igual al diámetro de su superficie convexa ó cóncava; esto es, de toda la esfera cuya parte es. Esto prueba lo dicho (117). Se deberá colocar el lado plano del vidrio perpendicular á los rayos incidentes, á fin de que le puedan atravesar sin quebrantarse. Prueban tambien

los

los espresados esperimentos, que la distancia EF del focus Fig.
de una lente doble convexa, ó doble cóncava, cuyas convexidades ó concavidades son iguales, es igual al radio de la una de las dos superficies, y que por consiguiente la distancia del focus de un vidrio de convexidades ó concavidades desiguales, ha de ser de una longitud media entre el diámetro y el radio de esfericidad de la superficie que es la mas convexa ó la mas cóncava. Porque si concebimos que un vidrio de convexidades ó concavidades desiguales se vá aplanando mas y mas, la distancia de su focus se irá haciendo siempre mayor (124 y 125), hasta que por fin sea igual al diámetro de esfericidad de la superficie que queda, conforme hemos dicho poco ha.

Los mismos esperimentos se pueden repetir con un espejo cóncavo ó convexo pegándole un papel agugereado del mismo modo, y los resultados confirmarán lo dicho (46).

225 Esperimento VI. Despues de hallada la dis- 252.
tancia EF del focus de un vidrio convexo, coloquémosle en el agugero de una tabla delgada ó carton CE perpendicularmente á una mesa larga ó al piso de un quarto. Por el punto C que está directamente debajo del medio del vidrio, tiraremos una linea larga AB perpendicular á la tabla, en la qual se medirá la distancia EF del focus desde C á F, desde F á I, desde I á II, desde II á III &c. y tambien del otro lado desde C á f, desde f á 1, desde 1 á 2, desde 2 á 3 &c. y tomando despues $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ de la distancia

del

Fig. del focus, la señalaremos desde *F* ácia *I*, ó desde *f* ácia 1, con los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ &c. en los puntos de division, conforme se vé en la figura. Finalmente, se pondrá obscuro el quarto, y si se pone una luz en *Q* mas arriba de la señal *I*, los rayos que atravesarán el vidrio se juntarán en el punto *q* de un papel puesto mas arriba de la señal 1; y si ponemos la vela en *II*, y el papel en $\frac{1}{2}$, los rayos se juntarán todavia alli mismo. Quando la luz se pone en *III*, y el papel en $\frac{1}{3}$; en *IV*, y el papel en $\frac{1}{4}$ &c. y así prosiguiendo, se reparará el mismo efecto. Esto prueba lo dicho (132). Fuera de esto, se reparará que *fq varía en razon recíproca de FQ*; quiero decir que mengua en la misma razon que *FQ* crece, y al reves.

226 Esperimento VII. Quedándose todo del mismo modo, si se coloca otra vela al lado de la primera, y á la misma distancia del vidrio, la union de sus rayos formará otra imagen en el papel *q*, del lado opuesto del ege *QEq*; y se hallará que la distancia entre las dos imágenes tiene la misma razon con la distancia entre las velas, que la distancia de las imágenes al vidrio con la distancia de las velas al vidrio. Estas observaciones esplican por qué la imagen de una vela sola está trastornada en el papel, y porque varía su tamaño, quando muda de lugar; porque lo que se ha visto de las dos velas, se puede aplicar á dos puntos qualesquiera de una misma vela; por manera que este esperimento aclara bastante lo que hemos dicho acerca de las imágenes (141); y lo que hemos esperimen-

mentado con una lente convexa, se puede tambien esperimentar con un espejo cóncavo puesto en el agugero de la tabla. Fig.

227 ESPERIMENTO VIII. Si los rayos del sol ó de la luna ó de una vela apartada, que se han hecho convergentes ácia un focus q por medio de una lente convexa E, son interceptados por un espejo AB, los reflectirá de modo que se harán convergentes ácia un focus Q tan apartado del espejo ácia adelante, quanto lo está q ácia atras. Se puede hacer la prueba con poner un pedazo de papel blanco en Q, para que le hieran los rayos reflejos. Por consiguiente, si suponemos que los rayos reflejos vuelven directamente del punto Q ácia el espejo AB, los reflectirá de modo que se harán divergentes ácia q. Esto prueba lo dicho (43 y 44). Si plantamos una lente convexa en el agugero de una ventana, y ponemos obscura la pieza, las imágenes de los obgetos esteriores, como PQR, que se veían trastornadas en el papel vertical, como pqr, pueden parecer derechas por la reflexion que se hace abajo en un papel orizontal $p'q'r'$, quando el espectador vuelve las espaldas á la lente. 253. 254.

228 ESPERIMENTO IX. Sea la que fuere la figura y el tamaño del agugero hecho en el papel pegado á la lente, la figura y magnitud del obgeto será la misma que quando no estaba cubierta la lente; porque cada parte pequeña de un manojo de rayos tiene el mismo focus que el manojo total. Pero la claridad de la estampa irá siendo menor á

pro-

Fig. proporcion de lo que fuere menor el agugero ; porque la claridad de luz que alumbra cada punto de la estampa, mengua en la misma proporcion. Si la lente fuese muy gruesa y ancha , esta diminucion de su abertura aumentará sensiblemente la distincion de la pintura , porque los rayos que dán en los bordes del vidrio no estan refringidos cabalmente en el mismo punto donde dán los de enmedio , conforme lo prueba el esperimento propuesto antes (194 y sig.).

Elementos analyticos de la Catóptrica y Dióptrica.

229 Cuestion I. *Dado el focus de los rayos que hieren casi perpendicularmente una superficie esférica dada, hallar sus focus despues de las refracciones.*

255. Sea OI la superficie dada cuyo centro está en S , y en uno de sus radios OS prolongado , sea Q el focus dado de los rayos incidentes como QI , ¿dónde estará el focus q de los rayos refractos ?

Llamaremos OS, OQ , Oq respectivamente S, Q, q, y sea $m : n$ la razon dada entre los senos de incidencia y de refraccion , con la circunstancia de que m sea mayor que n. Tírese la SI , y una vez que los ángulos muy pequeños son con muy corta diferencia proporcionales á sus senos , tendremos ángulo OSI : áng $SIQ :: Q : Q - S$ (143), y áng SIQ : áng $SIq :: m : n$, y multiplicando ordenadamente estas dos proporciones sacaremos áng OSI : áng $SIq ::$ $mQ : nQ - nS$, de donde (I. 394) resultará áng OSI: án-

áng SqI, esto es $q : S$ (143 y III. 305) :: $mQ : (m - n)Q + nS$. Luego escribiendo s en lugar de $m - n$, inferiremos esta fórmula general $q = \frac{mQS}{sQ + nS} = \frac{\frac{m}{s}SQ}{Q + \frac{n}{s}S}$. Fig.

230 Este es el valor de q en el caso propuesto, esto es, quando las OQ, OS, Oq están del mismo lado de la superficie OI; pero tambien abraza la fórmula otro caso qualquiera, quiero decir, que dará el valor de q en todos los casos, tratando siempre OQ como positiva, y mudando el signo de S, quando OS y OQ estuvieren en lados distintos respecto de su origen O, y el signo de s, quando el seno de incidencia fuese menor que el seno de refraccion; y finalmente colocando Oq del lado opuesto á OQ, quando de esto resultare negativo el valor de q en la fórmula.

231 Quando la linea S, esto es OS, llega á ser infinita, la superficie OI llega á ser plana, y en este caso $q = \frac{m}{n}Q$, porque entonces $\frac{\frac{m}{s}SQ}{Q + \frac{n}{s}S}$ se reduce (II. 183) á $\frac{\frac{m}{s}SQ}{\frac{n}{s}S} = \frac{\frac{m}{s}Q}{\frac{n}{s}} = \frac{m}{n}Q$. Luego $qO : QO :: m : n$, esto es, como el seno de incidencia al de refraccion. Esto conviene con lo dicho (144).

232 Quando la linea Q es infinita, supongamos que el punto q llegue á t, entonces la linea q ó $t = \frac{m}{s}S$, porque la fórmula se reduce (II. 183) á $\frac{\frac{m}{s}SQ}{Q} = \frac{m}{s}S = q$

=

Fig. $=t$. Asimismo, quando q es infinita, en cuyo caso el denominador del quebrado que espresa su valor ha de ser cero (II. 180), será $Q+\frac{n}{s}S=0$, y $-Q=\frac{n}{s}S$. Supondremos, pues, que el punto Q pasa á T; en cuyo caso la linea $-Q$ ó $T=\frac{n}{s}S$. Pero $t-S=\frac{m}{s}S-S=\frac{mS}{m-n}-S=\frac{n}{m-n}S=\frac{n}{s}S$. Por consiguiente, las continuaciones St, OT de SO ácia los focus principales t, T son iguales entre sí, y tiene cada una de ellas con SO la misma razon que n con s ó $m-n$; esto es lo mismo que sacamos antes (145).

233 Si en la fórmula (229) en lugar de $\frac{m}{s}S$ substituimos su igual t, y en lugar de $\frac{n}{s}S$ su igual T, sacaremos $q=\frac{tQ}{Q+T}$. Luego $Q-q=Q-\frac{tQ}{Q+T}=\frac{Q+T-t}{Q+T}Q=\frac{Q-S}{Q+T}Q$. Luego la linea $QT:QO::QS:Qq$, lo mismo que se sacó (160).

234 Como en la reflexion el ángulo de incidencia es igual al de reflexion, será respecto de los rayos reflejos $m=n$; pero como los senos de estos dos ángulos siempre caen á partes opuestas el uno respecto del otro, será $n=-m$. Por consiguiente, si en la fórmula general (229) substituimos $-m$ en lugar de n, y $2m$ en lugar de s saldrá $q=\frac{\frac{1}{2}SQ}{Q-\frac{1}{2}S}$; cuya espresion determina el focus de los rayos reflectidos por una superficie esférica OI.

235 Por consiguiente, quando S llega á ser infinita, la superficie OI es un plano, en cuyo caso $q=-Q$, conforme probamos (50).

Quan-

236 Quando Q es infinita, imaginemos que q llegó Fig.
á T', entonces la linea q ó $T' = \frac{1}{2} S$, conforme hemos demostrado (52).

237 Si en la fórmula (234) substituimos T' en lugar de su valor hallado en el número antecedente, resultará $q = \frac{T'Q}{Q - T'}$, luego $q - T' = \frac{T'Q}{Q - T'} - T' = \frac{T'T'}{Q - T'}$, cuya espresion está diciendo que $T'Q$, $T'S$, $T'q$ están en proporcion continua, lo mismo cabalmente que dejamos probado (54).

238 Cuestion II. *Dado el focus de los rayos que dan casi perpendicularmente en una lente dada, hallar su focus despues de su refraccion.*

Sea $OIEo$ la lente dada, cuyos vértices son O y o; R 256.
el centro de la primera superficie OI; r, el de la segunda oE; P, el focus dado de los rayos incidentes en el ege $oOrR$, prolongado; y p, el focus que se pide de los rayos emergentes. Sea p' su focus despues de su primera refraccion en la superficie OI, y $m:n$ la razon de los senos como antes. Llamemos Oo, or, OR, OP, op respectivamente o, r, R, P, p, y en lugar de Q, S, m, n, s substituyamos en la fórmula general (229) P, R, m, n, s, sacaremos $Op' = \frac{mPR}{sP + nR}$; añadiendo á esta espresion Oo ú o, resultará Op' ó $p' = \frac{mPR + sPo + nRo}{sP + nR}$. En lugar de Q, S, m, n, s escribamos p', r, n, m, $-s$, y saldrá $p = \frac{nrp'}{-sp' + mr}$, y substituyendo en esta última cantidad el valor de p', sacaremos $p = \frac{mnPRr + nsPro + nnRro}{msPr - msPR + mnRr - ssPo - nsRo}$.

239 Esta fórmula, correspondiente á un menisco, cu-

Fig. cuya superficie cóncava está vuelta ácia P, se aplica igualmente á qualquiera especie de lentes, sea la que fuere su figura, con imaginar que el uno de sus diámetros ó ambos OR, or crecen, menguan, ó llegan á ser infinitos, y despues negativos, hasta que el menisco llegue á tener la forma de la lente dada; y con mudar el signo de R ó r quando los radios están en distintos lados de sus superficies O, o respecto del focus P; y finalmente, colocando p del otro lado de o respecto de P, quando su valor hallado por este camino fuese negativo.

240 Si fuese R infinita, escribiríamos ∞ en su lugar, en virtud de lo qual la fórmula se aplicaría tambien á las lentes plano convexas cuya primera superficie es plana; y con escribir $-R$ en lugar de R, se aplica á la lente doble convexa; con escribir $-R$ en lugar de R, y ∞ en lugar de r, se aplica á una lente plano convexa cuya primera superficie es convexa; substituyendo $-R$ en lugar de R, y $-r$ en lugar de r, y $o+r$ en lugar de R, se aplica á una lente cuyas superficies son concéntricas, y la primera es convexa; y con escribir $R+o$ en lugar de r, se aplica á una lente cuyas superficies son concéntricas, y la primera es cóncava; y con escribir ∞ en lugar de r, se aplica á una lente plano cóncava cuya primera superficie es cóncava; y con escribir $-r$ en lugar de r, se aplica á la lente doble cóncava. Con escribir ∞ en lugar de R, y $-r$ en lugar de r, se aplica al plano cóncavo cuya primera superficie es plana; y finalmente se aplica á la esfera cu-

cuyo radio $= R$, y el diámetro $= Oo$, con substituir Fig.
$-R$ en lugar de R, R en lugar de r, y $2R$ en lugar de o; y con substituir números dados en lugar de la razon de la refraccion, el mayor en lugar de m, y el menor en lugar de n, se aplicará á una lente de qualquiera materia dada.

241 Si todas las cantidades que lleva la fórmula fuesen dadas de magnitud y posicion, á excepcion de una, sea la que fuere, se hallará su valor acudiendo á las operaciones que para esto hemos enseñado en los Elementos de Algebra, y tambien se hallará la razon entre los senos de incidencia y refraccion, con substituir la unidad en lugar de m ó n, y buscar el valor de la otra. Este es un egemplo notable de la gran generalidad del Algebra.

242 Síguese de la fórmula 1.° que como el grueso de la lente en la mayor parte de los usos ópticos suele ser muy pequeño respecto de los radios de sus superficies, y como la exactitud de la fórmula pende de la pequeñez de los ángulos de incidencia y refraccion; quiero decir, todo lo demas siendo igual, del poco ancho, y por consiguiente del poco grueso de la lente, la fórmula será todavia bastante exacta aun despues de desechados todos los términos multiplicados por o, considerándolos como estremadamente pequeños respecto de los demás. Y dividiéndolos todos primero por m, y despues por $sr - sR$, sacaremos $p =$

$$\frac{nPRr}{sPr - sPR + nRr} = \frac{\frac{n}{s} \times \frac{Rr}{r-R} \times P}{P + \frac{n}{s} \times \frac{Rr}{r-R}}. \quad 2.°$$

Fig. 243 2.° Quando p es infinita, supongamos que el punto P llegue á F, entonces la linea P ó $F = -\frac{n}{s} \times \frac{rR}{r-R}$, conforme se sigue de lo dicho antes. Luego las distancias de los focus OF, of son iguales, y $r - R : r :: \frac{n}{s}R : F$ ó f. Es la misma regla que dimos (153), porque $\frac{n}{s}R$ es la continuacion de R de que hablamos alli mismo.

244 3.° Si en la fórmula que sacamos poco ha (242), substituimos F en lugar de su valor hallado últimamente (243), hallaremos $p = -\frac{FP}{P-F} = \frac{FP}{F-P}$. Luego $p - P = \frac{FP}{F-P} - P = \frac{PP}{F-P}$. Luego las lineas PF, PO, Pp forman una proporcion continua, y la primera y tercera ván de un mismo lado respecto de P; esto mismo dejamos probado en otro lugar (160).

245 4.° Luego $p + f = \frac{FP}{F-P} + F = \frac{FF}{F-P}$, y $PF : FO :: of : fp$; lo mismo cabalmente que sentamos (157).

257. 246 5.° Si Q que es el focus de los rayos incidentes, estuviere á corta distancia al uno ú otro lado del ege de una lente de un grueso qualquiera, se hallará el focus q de los rayos emergentes practicando lo siguiente. Por los puntos Q y R tírese una recta QRI perpendicular á la primera superficie, y el focus q' de la primera refraccion, estará en algun punto de esta linea. Por q' y r tírese $q'rE$ perpendicular á la segunda superficie, y el focus q despues de la segunda refraccion estará en algun punto de esta segunda linea. Se hallará, pues, q' y q por lo dicho (229).

247 6.° Pero en el supuesto de que los dos focus

P

P y Q estén á iguales distancias de la primera superficie, Fig. sus focus conjugados p y q estarán tambien á distancias iguales de la segunda superficie con cortísima diferencia, con tal que el intervalo entre los focus P y Q, ó por mejor decir que el ángulo PRQ sea muy pequeño.

Porque yá que por el supuesto $OP = IQ$, será $Op' = Iq'$, y por consiguiente $Rp' = Rq'$, y añadiendo Rr á cada miembro, saldrá $rp' = rR + Rq' = rq'$ con muy corta diferencia, siendo muy pequeño el ángulo $p'Rq'$. Luego $op' = Eq'$, ó poco falta, y $op = Eq$.

248 7.° Luego la imagen pq de un obgeto chico PQ perpendicular al ege de una lente, será con muy corta diferencia perpendicular al mismo ege.

249 8.° Luego dicho obgeto PQ tendrá con su imagen pq la razon dada de $(sP + nR)r$ á $(sp + nr)R$, con muy corta diferencia.

Porque si tiramos $p'q'$, las figuras PRQ, $p'Rq'$ serán semejantes, ó poco faltará, lo mismo digo de $p'rq'$ y pqr; y como $OT = \frac{n}{s}R$ (232), y $PT : PO :: PR : Pp'$, con muy corta diferencia (233), sacaremos, dividiendo, $PT : TO :: PR : p'R :: PQ : p'q'$, y tomando tambien $ot = \frac{n}{s}r$, por ser t el focus de los rayos paralelos despues de la refraccion en oE, que siguen una direccion opuesta á los rayos que suponemos convergentes ácia p'; tendremos tambien $pt : po :: pr : pp'$, y $ot : pt :: p'r : pr :: p'q' : pq$, y $PQ : pq :: PT \times to : pt \times TO :: (P + \frac{n}{s}R)\frac{n}{s}r : (p + \frac{n}{s}r)\frac{n}{s}R :: (sP + nR)r : (sp + nr)R$.

Fig.

DE LA DIFERENTE REFRINGIBILIDAD DE LOS RAYOS DE LUZ,

Y DE LOS COLORES.

250 Si cada manojo de luz fuera un cuerpo simple y homogeneo, sería de todo punto verdadero quanto dejamos sentado hasta aquí; pero por el contrario, si cada espiga de luz es un cuerpo heterogeneo, no pueden menos de padecer sus restricciones algunas de las proposiciones antecedentes. Es, pues, de suma importancia aclarar este punto, para cuya averiguacion lo mas acertado es, en nuestra inteligencia, copiar al pie de la letra los esperimentos del gran Newton, con los quales probó á fines del siglo pasado, que todo manojo de luz, conforme viene del cuerpo luminoso, se compone de siete rayos, cada uno de un color distinto, propio é invariable.

251 Esperimento I. Hice en la puerta ventana de
258. un quarto muy obscuro un agugero redondo *F* cuyo diámetro venía á ser de un tercio de pulgada, apliqué á dicho agugero un prisma triangular de vidrio *ABC* para refringir el manojo de rayos solares *SF* que entraba en el quarto al salir del prisma, el manojo se apartaba de su primera direccion ácia arriba, é iba á pintar en la pared opuesta del quarto una imagen del sol, ó espectro *coloreado*, esto es de varios colores, figurado en *PT*. En este esperimento y los siguientes el ege del prisma, esto es, la linea que pasando por

por medio del prisma vá de un estremo á otro paralelamente al borde del ángulo refringente, era perpendicular al ege del manojo. Volviendo poco á poco el prisma al rededor de su ege, reparé que la imagen coloreada del sol pintada en la pared por la luz refracta, bajaba al principio, y despues subia; y quando entre el subir y bajar me pareció estacionaria ó fija, paré el prisma y le afirmé en la situacion en que entonces se hallaba. Fig.

En esta situacion del prisma, las refracciones que los rayos padecian en sus lados, eran iguales; por manera que quando queria que las refracciones en ambos lados del prisma fuesen iguales, reparaba el sitio donde la imagen coloreada del sol se paraba entre el subir y bajar, y quando daba la imagen en dicho sitio, fijaba el prisma.

Hecho esto, hice que la luz refracta diese en una hoja de papel blanco *MN* que puse cerca de la pared opuesta del quarto, y observé la figura y las dimensiones de la imagen solar *PT* que la luz estampaba en el papel. Esta imagen era prolongada, tenia los lados rectilineos y paralelos, y sus estremos redondos. Por los lados era terminada con bastante distincion, pero en los estremos era muy confusa, debilitándose allí la luz por grados, antes de desaparecerse del todo. A la distancia de diez y ocho pies y medio del prisma, lo ancho de la imagen cogia como dos pulgadas y un octavo, su longitud como unas diez pulgadas y un quarto, y la de sus lados rectilineos como unas ocho pulgadas. El ángulo refringente *ACB* del prisma que di-

Fig. dilataba la luz en dicho espacio, era de 64°. Quando el ángulo era menor, la imagen era menos larga, pero cogía lo mismo que antes de ancho. Es tambien de reparar que los rayos de luz ìban en linea recta desde el prisma á la imagen, y que por consiguiente tenian entre sí al salir del prisma la inclinacion de que provenia la longitud de la imagen: esta inclinacion era de mas de dos grados y medio. La imagen *PT* era coloreada; sus colores los mas vivos, empezando á contarlos desde abajo, eran el *colorado*, *anaranjado*, *amarillo*, *verde*, *azul*, *añil* y *violado*, con una multitud infinita de medias tintas entre ellos.

252 De este esperimento y otros muchos que traheremos, infirió Newton que la luz del sol se compone de la mezcla de muchas especies de rayos coloreados; quiero decir, que cada uno de ellos tiene su color propio, entre los quales hay algunos que con incidencias iguales se refringen mas que otros, por cuyo motivo se llaman *mas refringibles*. El colorado *T*, que está mas próximo á la imagen circular que los rayos directos del sol hubieran pintado en *Y* á no haberlos refringido el prisma, pertenece á los rayos menos refringidos. Los demás colores, como el anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violado que se apartan mas de la misma imagen *Y* que el colorado, pertenecen á rayos que han padecido mayores refracciones; por manera que los mas refractos son los que han dado los colores que están mas arriba.

253 Por lo mismo que la imagen es cinco veces mas lar-

larga que ancha, los rayos nos han padecido todos una refraccion igual. Porque vamos á demostrar que si todos los rayos fuesen igualmente refringidos, quando el prisma está en la situacion espresada (251); quiero decir, quando la imagen es estacionaria, y está por consiguiente lo mas baja que puede estar, la imagen debería ser redonda como la mancha que está en *Y*. Fig.

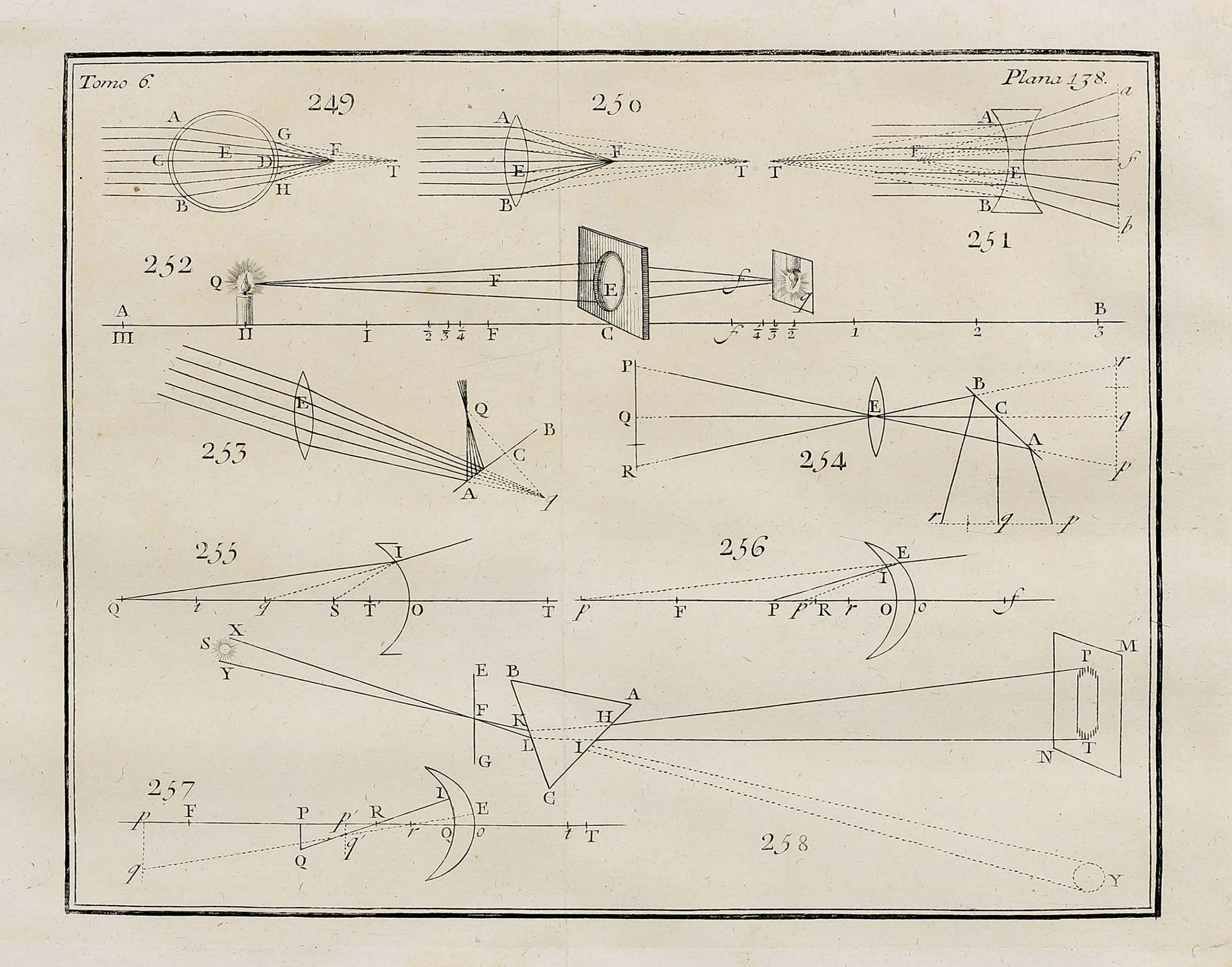
Sea *EG* la puerta ventana, *F* el agugero que se le ha hecho por el qual el manojo de rayos solares entra en el aposento, *ABC* el prisma, *XY* el sol, *MN* el papel en que se estampa la imagen del sol, y *PT* la imagen misma cuyos lados son rectilineos y paralelos, y los estremos *P* y *T* son redondos. Sean *YKHP*, *XLIT* dos rayos de los quales el primero que viene del borde inferior del sol, vá á dar en el estremo superior de la imagen qne se vé en el papel, despues que ha padecido dos refracciones al atravesar el prisma, la una en *K*, y la otra en *H*; y el segundo, que viene del borde superir del sol, vá á dar en el estremo inferior de la imagen, despues que ha sido refringido en *L* é *I*. Ya que se supone que las dos refracciones en los dos lados del prisma son iguales, esto es, que la refraccion en *K* es igual á la que se hace en *I*, y que la refraccion en *L* es igual á la refraccion en *H*; por manera que la suma de las refracciones en *K* y *L* de los rayos incidentes es igual á la de las refracciones en *I* y *H* de los rayos emergentes; síguese que las refracciones en *K* y *H* componen una suma igual á la de las refracciones en *I* 258.

y

Fig. y *L*, y que por lo mismo una vez que ambos rayos se apartan igualmente de sus direcciones primitivas, están inclinados uno respecto de otro al salir del prisma, del mismo modo que antes de llegar á él, esto es, medio grado que corresponde al diámetro del sol. Luego la longitud *PT* de la imagen subtendería un ángulo de medio grado, igualmente que su ancho; de donde se seguiría que la imagen sería redonda, y no hay duda en que así sucedería, en el supuesto de que los dos rayos *XLIT*, *YKHP*, y todos los demás que forman la imagen *PT* fuesen igualmente refringibles. Luego ya que manifiesta la esperiencia que dicha imagen no es redonda, que antes al contrario es muy prolongada, se infiere que los rayos que por causa de una refraccion mayor, ván á dar en el estremo superior *P* de la imagen han de ser mas refringibles que los que ván á dar en el estremo inferior *T*, á no ser que la desigualdad de refraccion sea casual.

254 Solo falta, pues, probar de modo que no quede duda alguna, que la desigualdad de las refracciones que los rayos padecen no es casual, ni proviene de que cada rayo sea dilatado, y como hendido y esparramado en muchos rayos divergentes; y que antes al contrario es constante y regular, esto es, que con incidencias iguales hay indispensablemente rayos mas quebrantados unos que otros, y que lo son constantemente.

255 Esto se averigua facilísimamente procurando que los rayos padezcan otra refraccion despues que han salido del



Tomo 6.
Plana 138.
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258

del prisma en el esperimento propuesto (251); pero Fig.
no en la misma direccion, sino de lado, y se egecuta colocando perpendicularmente otro prisma *DH* despues del primero *ABC*, de modo que la luz refracta le haya de atravesar. 259.

Porque si los rayos no fuesen mas que dilatados y esparramados por las refracciones que padecen al atravesar el prisma, de manera que de esto proviniera el ser prolongada la imagen del sol, el segundo prisma debería dilatar y esparramar de lado cada uno de los rayos que salieren del prisma *ABC*, cabalmente del mismo modo que este ha dilatado de arriba abajo los rayos que recibió inmediatamente del sol, y causar por consiguiente en latitud lo que el otro ha causado en altura, de lo qual debería resultar indispensablemente una imagen quadrada $pp'tt'$ del sol, compuesta de bandas coloreadas de igual longitud que la primera imagen *PT*, que no serian mas que las porciones coloreadas de dicha imagen *PT* estendidas y dilatadas por la dispersion de los rayos que las tiñen, ocasionada por el segundo prisma.

256 Pero nada de esto sucede. La latitud de la imagen *PT* se mantiene la misma y no crece. La única mudanza que padece la imagen consiste en que en vez de ser vertical, es inclinada conforme está figurado en *pt*; y esto es una consecuencia natural de las refracciones cruzadas de los dos prismas. Su estremo inferior *T* es el que menos se ha movido, y esto prueba que los rayos que teñian el estremo *P* de la imagen, como los azules y violados, padecen

Fig. cen mayores refracciones al pasar por el segundo prisma, que los rayos colorados y amarillos que formaban el estremo *T*; y que por consiguiente son todavia los mas refringibles despues de haber atravesado el primer prisma.

257 Colocó Newton otro prisma mas allá del segundo, y despues otro mas allá del tercero, á fin de que la imagen fuese muchas veces quebrantada de lado por dichos prismas, y halló constantemente que los rayos que padecian en el primer prisma mayor refraccion que los otros, la padecian tambien mayor en los demás, sin que la imagen se dilatase jamas de lado. Luego, añade, los rayos que son constantemente mas quebrantados que los otros, son los mas refringibles.

258 Pero para hacer esto aun mas patente, hemos de recordar que los rayos que son igualmente refringidos, caen todos (253) en un círculo que corresponde al disco del sol, y que por consiguiente la imagen coloreada *PT* se ha de considerar como formada de imagenes circulares que *se anticipan* unas á otras, ó cogen unas sobre otras, en tanto número quantos son los rayos de diferente refringibilidad. Si la imagen circular *Y* del sol, formada por un manojo de rayos no refractos, se transformára en la imagen prolongada *PT* por la dilatacion, y esparramamiento de cada uno de los rayos en particular, ó por otra qualquiera irregularidad en la refraccion del primer prisma, sería preciso por la misma razon que, por causa de la refraccion cruzada del segundo prisma que tambien dilataría los rayos, cada uno de

de los círculos que componen dicha imagen, padeciese tambien dilatacion, y formase una imagen prolongada; por manera que la latitud de la imagen *PT* se hallaría tan aumentada como la longitud de la imagen *Y* habia sido aumentada antes por la refraccion del primer prisma *ABC*; y por consiguiente como las porciones coloreadas de la imagen *PT* causada por el primer prisma, adquirirían la misma longitud que dicha imagen, resultaría indispensablemente una imagen quadrada $pp'tt'$. Fig.

259 Luego una vez que la latitud de la imagen *PT* no es aumentada por la refraccion del segundo prisma, es constante que esta refraccion ni dilata ni parte los rayos, ni los esparrama irregularmente de otro modo ninguno; sino que cada círculo es trasladado todo entero á otro lugar por una refraccion regular y uniforme; que la mayor refraccion lleva el círculo *AG* á *ag*; que una refraccion menor lleva el círculo *BH* á *bh*, y así de los demás. Se compone, pues, la imagen inclinada *pt*, del mismo modo que la primera *PT*, de círculos dispuestos en linea recta, y de igual magnitud que los que forman la imagen *PT*, y como lo propio se verifica en la nueva imagen que se forma colocando quantos prismas se quisieren despues de los dichos, hemos de inferir que los rayos que tiñen cada uno de los espresados círculos, tienen absolutamente un mismo grado de refringibilidad que guardan constantemente, y que los rayos de diferentes círculos discrepan en la refringibilidad en una razon determinada y constante.

Es-

Fig. 260. 260 Esperimento II. Al manojo de rayos solares *SF* que entraban en el quarto por el agugero de la ventana, opuse á la distancia de algunos pies del agugero un prisma *ABC*, procurando que su ege fuese perpendicular al ege del manojo. Despues miré por el prisma el agugero *F*, y haciendo girar el prisma al rededor de su ege para que subiese y bajase la imagen *pt* del agugero, quando entre estos dos movimientos opuestos me pareció estacionaria, paré el prisma á fin de que las refracciones en los dos lados del ángulo refringente pudiesen ser iguales como en el esperimento antecedente. Estando dispuesto de este modo el prisma, miré por él el agugero *F*, y reparé que en la longitud de su imagen *pt*, formada por los rayos refractos, cabia muchās veces su ancho; que la parte *p* de dicha imagen formada por los rayos mas refractos, parecia de color de violeta; que la que formaban en *t* los rayos menos refractos, parecia colorada, y que las partes intermedias eran el añil, azul, verde, amarillo, anaranjado, en el orden que los acabamos de nombrar, empezando desde abajo. Quité despues el prisma de la luz del sol, y mirando por él el agugero, alumbrado por la luz de las nubes, reparé todavia lo mismo. Sin embargo, si los rayos se refringiesen todos igualmente, habiendo una razon constante entre los senos de incidencia y de refraccion, como se cree comunmente, la imagen formada por la luz refracta hubiera debido salir redonda; se debe, pues, creer en vista de estos dos esperimentos, que siendo iguales las inciden-

dencias hay mucha desigualdad en las refracciones. Fig.

261 Esperimento III. Hice en medio de cada una 261.
de las dos tablas delgadas *DE*, *de* un agugero redondo de un tercio de pulgada de diámetro, y haciendo despues en *F* otro mas ancho en la puerta ventana de un quarto muy obscuro, á fin de introducir en él un manojo grande de rayos del sol, coloqué detras de la puerta ventana enfrente del agugero un prisma *ABC* para refringir dicho manojo, del mismo modo que en los esperimentos antecedentes. Detras y muy cerca de este prisma levanté perpendicularmente la una de mis tablas *DE*, colocándola de manera que el medio de la luz refracta pudiese pasar por el agugero *G* que la habia hecho, interceptando la tabla lo demás. A la distancia de unos doce pies de dicha tabla levanté despues la segunda *de* tambien verticalmente, y la puse de modo que dejase pasar por el agugero *g* que la habia hecho, el medio de la luz refracta que, despues de haber pasado por el agugero de la primera tabla, habia ido á dar en la pared opuesta, y que lo demás dando en la tabla *de*, pudiese pintar en ella una imagen coloreada del sol. Inmediatamente mas allá de esta segunda tabla, puse otro prisma *abc* con la mira de romper la porcion de luz coloreada que habia pasado por el agugero *g*. Estando todo así dispuesto, fui volviendo poco á poco el primer prisma *ABC* al rededor de su ege, á fin de que haciendo subir y bajar la imagen estampada en la segunda tabla *de*, todas sus partes pudiesen pasar succesivamente por el agu-

ge-

Fig. gero de la misma tabla, y dar unas despues de otras en el prisma que estaba mas allá. Al mismo tiempo señalé en la pared opuesta los puntos *M* y *N* donde daba dicha luz despues de refringida por el segundo prisma, y reconocí por la diferencia de dichos puntos *M* y *N*, que la luz que habia padecido la mayor refraccion en el primer prisma *ABC*, y formaba el estremo azul de la imagen estampada en la tabla *de*, padecia todavia al pasar por el segundo prisma *abc*, una refraccion mayor que la luz que pintaba de colorado el otro estremo de la imagen. Porque quando la parte inferior de la luz que daba en la tabla *de*, pasaba por el agugero *g*, iba á dar en la pared abajo, en *M*; y quando la parte superior de la misma luz pasaba por el mismo agugero *g*, iba á dar en la pared mas arriba, en *N*; finalmente quando alguna porcion intermedia de la misma luz pasaba por el agugero *g*, el punto de la pared donde daba, siempre estaba entre *M* y *N*. Es evidente que como los agugeros hechos en las tablas nunca mudaban de posicion, la incidencia de los rayos en el segundo prisma era la misma para todos; no obstante, habia rayos mas refractos y otros menos. Los que habian padecido mayor refraccion al atravesar el primer prisma, eran los que el segundo prisma refringia mas. Luego es mucha razon llamar *Rayos mas refringibles* aquellos que padecen constantemente mayor refraccion que los otros.

262 ESPERIMENTO IV. *Pero los rayos del sol no solo se diferencian en la refringibilidad, se diferencian tambien*

bien en la reflexibilidad, y los mas refringibles son tambien los mas reflexibles. Escogí un prisma isósceles *ABC* de tal forma, que cada uno de sus ángulos de la base era de 45°, siendo recto el tercero en *A*; recibí en uno de sus lados *AC* casi perpendicularmente un manojo de rayos solares *FM* introducido en un quarto muy bien cerrado, por un agugero *F* de un tercio de pulgada de diámetro, hecho en la puerta ventana de un balcon, y volviendo poco á poco el prisma al rededor de su ege, hasta que la luz que habia atravesado el uno de sus ángulos *ACB*, y habia salido resuelta en rayos de distintos colores *MG*, *MH*, empezase á ser reflectida en la direccion *MN* por la base *BC*, que hasta entonces la habia dejado pasar, reparé que los colores como *MH*, que habian padecido la mayor refraccion, eran reflectidos antes que los demas. Para asegurarme mejor de que los rayos que desaparecian en *H*, eran reflectidos y entraban en el manojo *MN* compuesto de la luz que la base *BC* del prisma habia reflectido, hice pasar este manojo de luz refleja por otro prisma *VXY*; y dicha luz habiendo sido refringida por este segundo prisma, la recibí en una hoja de papel blanco puesta á alguna distancia del prisma, en cuya hoja estampó en *pt* los colores ordinarios del espectro. Entonces fui volviendo el primer prisma *ABC* al rededor de su ege, por el orden de las letras *A*, *B*, *C*, y reparé que quando los rayos *MH*, que habian sido mas refringidos por dicho primer prisma, y parecian azules y de color de violeta, empezaron á ser totalmente reflectidos, la

Fig. 262.

Fig. porcion azul y violada *p* de la imagen *pt*, que pertenecia á los rayos que habian padecido la mayor refraccion en el segundo prisma, llegó á ser sensiblemente mas viva, siendo así que el colorado y amarillo en *t* se quedaron tan débiles como antes; y que despues quando lo restante de la luz compuesto de verde, amarillo y colorado, estuvo enteramente reflectido, y hubo desaparecido en *G*, la otra porcion *t* de la imagen *pt* pintada con los mismos colores, se hizo tan viva como la primera. Esto prueba incontrastablemente que los rayos que, con la misma incidencia que los demas en la base *BC*, habian padecido la mayor refraccion, eran tambien los primeros que la misma base reflectía. Aquí no se trata de ninguna refraccion en los lados *AC*, *AB* del prisma, porque los rayos solares entran en dicho prisma, y salen de él perpendicularmente ó casi perpendicularmente á sus lados, y por consiguiente no padecen ninguna refraccion, ó la padecen tan corta por lo menos, que los ángulos de incidencia en la base *BC* no padecen ninguna alteracion sensible, particularmente si cada uno de los ángulos de dicha base *BC* del prisma fuere de 40°. Porque los rayos *FM* no empiezan á ser totalmente reflectidos, sino quando el ángulo *CMF* es de unos 50° (113); por manera que entonces formarán con *AC* un ángulo recto.

Manifiesta este esperimento que el manojo de luz *MN* reflectido por la base del prisma, añadiéndole primero los rayos los mas refringibles, y despues los que lo son menos, se compone de rayos distintamente refringibles.

Es

263 Es facil de probar que los rayos *MH* han de ser con efecto los primeros que se reflectan. Porque (113) quando un rayo pasa de un medio mas denso á otro que lo es menos, hay una oblicuidad de incidencia de tal grado que, en llegando á ser mayor, no puede el rayo entrar en el segnndo medio; si el seno de incidencia fuese tal que el seno de refraccion sea mayor que el seno total, es constante que el rayo lejos de introducirse en el segundo medio, por mas raro que sea, se reflectirá. Pero como los rayos *MH* son siempre mas refringidos que los otros, serán por consiguiente los primeros que dejarán de poder entrar en el ayre, y se reflectirán. Por lo mismo es evidente que los rayos mas refringibles han de ser tambien los mas reflectibles. Fig.

264 Llamo *Luz simple* y *homogenea* (dice Newton) aquella cuyos rayos son igualmente refringibles; y aquella cuyos rayos tienen distintos grados de refringibilidad, la llamo *Luz heterogenea* ó *compuesta*. Si llamo homogenea la primera, no es porque yo crea que lo sea á todos respectos, sino porque los rayos que concuerdan en refringibilidad, concuerdan por lo menos en todas las demás propiedades que consideraré mas adelante.

265 Llamo los colores de las luces homogeneas, *colores homogeneos*, *primitivos* y *simples*, y llamo *heterogeneos* y *compuestos* los colores de las luces heterogeneas. Porque estos siempre se componen de las luces homogeneas, conforme se evidenciará por lo que diré mas adelante.

266 Llamo *Rayos colorados* los que son colorados,

Fig. ó, por mejor decir, los que son causa de que los obgetos se nos manifiestan con este color; y aquellos que nos manifiestan los obgetos amarillos, verdes, azules ó violaceos, los llamo *Rayos amarillos*, *verdes*, *azules*, *violaceos*. Y si me sucede algunas veces hablar de la luz y de los rayos que la componen, como si fuesen coloreados, suplico al lector tenga presente que entonces no entiendo hablar filosóficamente y con propiedad, sino groseramente y conforme al juicio que formaría el vulgo si viera estos esperimentos. Porque, hablando con propiedad, los rayos no son coloreados, y no hay en ellos mas que cierta virtud, cierta disposicion particular á proposito para causar una sensacion de este ó aquel color. Porque así como en el cuerpo sonoro el son no es otra cosa mas que un movimiento de vibracion; que en el ayre no es mas que el mismo movimiento comunicado desde el obgeto; que finalmente en el *sensorio* es el sentimiento de dicho movimiento debajo la forma del son; asimismo, los colores en los obgetos no consisten mas que en una disposicion para reflectir esta ó aquella especie de rayos con mayor copia que otra qualquiera, y en los rayos es una disposicion para comunicar este ó aquel movimiento hasta el sensorio, donde se hacen las sensaciones de dichos movimientos conocidas con el nombre de colores.

267 Por la demostracion matemática de antes (253
263. y sig.) es constante que los rayos que son igualmente refringibles, dan todos en un círculo que corresponde al disco aparen-

rente del sol ; y lo probaremos dentro de poco con un esperimento. Ahora bien, sea *AG* el círculo que todos los rayos mas refringibles, emanados del disco entero del sol, iluminarian y pintarian en la pared opuesta, si no hubiera mas que ellos ; *EL*, el círculo pintado por todos los rayos menos refringibles, si no hubiera mas que ellos ; *BH*, *CI*, *DK* &c. los círculos que pintarian succesivamente en la pared otras tantas especies intermedias, si el sol enviara cada una de ellas separada de todas las demás ; imagínese finalmente una infinidad de otros círculos intermedios que una infinidad de otras especies intermedias de rayos trazaría succesivamente en la pared, si el sol enviára succesivamente cada una de ellas separada de las demás. Pero como todas estas especies de rayos emanan á un tiempo del sol, es preciso que los rayos que componen todas estas diferentes especies, pinten todos juntos una infinidad de círculos iguales que siguiéndose sin interrupcion, segun sus grados de refringibilidad, forman la imagen prolongada *PT* que he pintado en el primer esperimento. Fig. 263.

268 Pero si se pudieran disminuir los diámetros de estos círculos, sin mudar cosa alguna en las distancias y posiciones de sus centros, cogerian menos unos sobre otros, y por consiguiente la mezcla de los rayos heterogeneos disminuiría en proporcion. Sean los círculos *AG*, *BH*, *CI* &c. de que acabamos de hablar ; y sean *ag*, *bh*, *ci* &c. otros tantos círculos menores puestos en igual orden entre dos rectas paralelas *ae*, *gl* con las mismas distancias 263.

Fig. entre sus centros, é iluminados por las mismas especies de rayos que los primeros; quiero decir, que el círculo *ag* sea iluminado por rayos de la misma especie que el círculo correspondiente *AG*, y los demás círculos *bh*, *ci*, *dk*, *el*, *fm* sean iluminados por la misma especie de rayos que cada uno de los círculos correspondientes *BH*, *CI*, *DK*, *EL*, *FM*. En la figura *PT* compuesta de círculos grandes, tres de ellos *AG*, *BH*, *CI* están de tal modo enredados y cogen unos sobre otros, que las tres especies de rayos que iluminan dichos círculos, se hallan mezcladas juntas y con una multitud de otras especies de rayos intermedios en *QR* en medio del círculo *BH*: casi en toda la longitud de la figura *PT* se repara una mezcla semejante. Pero en la figura *pt* compuesta de los círculos chicos, los tres círculos chicos *ag*, *bh*, *ci* que corresponden á los tres grandes de que acabó de hablar, no cogen unos sobre otros; no hay sí quiera un punto en estos tres círculos pequeños, donde estén mezcladas unas con otras dos de las tres especies de rayos que los iluminan, siendo así que en la figura *PT* estas tres especies están mezcladas en *QR*. Por consiguiente para disminuir la mezcla de los rayos, bastará disminuir los diámetros de los círculos. Pero hay seguridad de conseguir esta diminucion, si se puede lograr que el diámetro del sol, á quien corresponden dichos diámetros, sea menor de lo que es, ó lo que viene á ser lo mismo, si fuera del quarto á mucha distancia del prisma, se les opone á los rayos del sol un cuerpo opaco que tenga un agugero redondo

do en medio, á fin de interceptar toda la luz del sol, á excepcion de aquella que viniendo del medio del disco del astro, puede ir al prisma por la espresada abertura. Por este medio los círculos *AG*, *BH* &c. no corresponderán ya al disco entero del sol, sino solamente á aquella parte del sol que puede ser vista desde el sitio donde está el prisma, por el agugero, esto es, á la magnitud aparente del agugero vista desde dicho sitio. Pero para que dichos círculos puedan corresponder mas distintamente al agugero, se ha de poner inmediatamente antes del prisma una lente por medio de la qual la imagen del agugero, esto es, cada uno de los círculos *AG*, *BH* &c. será distintamente estampado en el papel en *PT*; egecutando esto, no será menester colocar el agugero muy lejos, ni siquiera mas allá de la ventana. Por lo qual en lugar de valerme de él, me contenté con hacer uno en la puerta de mi ventana, que me sirvió conforme voy á referir. Fig.

269 Esperimento V. Habiendo introducido en mi 264.
quarto, despues de estar bien cerrado, la luz del sol por un agugero pequeño hecho á la puerta de la ventana, la recibí á diez ó doce pies de la venta en una lente *MN* que me dió una imagen distinta del agugero *F* en un papel puesto en *I*. Inmediatamente despues de dicha lente puse un prisma *ABC*, por el qual teniendo la luz que pasar por precision, era refringida indispensablemente, y la imagen redonda formada en el papel por la lente antes de la intercepcion del prisma, se transformaba en una imagen prolonga-

Fig. da *pt* cuyos lados eran paralelos. Despues recibí esta nueva imagen en otro papel que puse á una distancia del prisma igual, con poca diferencia, á la de la primera imagen *I*, arrimando ó apartando el papel del prisma, hasta dar con la distancia á la qual los lados rectilineos de la imagen *pt* estaban señalados con la mayor distincion. Porque entonces las pequeñas imagenes circulares del agugero que componian esta imagen, del mismo modo que los círculos *ag*, *bh*, *ci* &c. componen la figura *pt*, eran terminadas mui distintamente; y como no se enredaban unas con otras, sino lo menos que era posible, se sigue que la mezcla de los rayos heterogeneos habia llegado á ser la menor que podia ser. Los círculos *ag*, *bh*, *ci* &c. que componen la imagen *pt*, son iguales cada uno al círculo *I*; así, con achicar el agugero *F*, ó apartar la lente de dicho agugero, se pueden disminuir quanto se quisiere, estando siempre sus centros á las mismas distancias unos de otros. Se pueden, pues, con disminuir lo ancho de la imagen *pt*, separar quanto se quisiere los círculos coloreados que la componen. Si respecto de las miras que se pueden llevar, se hallare que dicha imagen es muy angosta, es facil darla mas ancho, substituyendo en lugar del agugero redondo *F* un agugero prolongado, casi á manera de paralelogramo, cuya longitud sea paralela á la del prisma. Porque si dicha abertura tuviere una pulgada ó dos de largo, y una décima ó vigésima de pulgada no mas de ancho, y aun menos, la luz de la imagen *pt* será tan simple como antes, y aun mas; y la

la imágen será mucho mas ancha, y por consiguiente mas conducente para los esperimentos. Fig.

270 Este esperimento es muy delicado, y se deben tomar algunas precauciones indispensables para que salga bien. Por no haberlas tomado todas, no les ha salido á algunos Físicos que pensaron coger á Newton en un descuido, como si su poca maña fuese una razon para dudar de un esperimento hecho por manos tan diestras como las de Newton. Este gran varon * encarga se procure que el quarto sea lo mas obscuro que se pueda, por recelo de que se mezcle alguna luz estraña con la de la imagen *pt*, y destruya su simplicidad; que la lente esté bien labrada; que el ángulo refringente del prisma sea bastante abierto como de 65° á 70°; que dicho prisma sea de un vidrio muy homogeneo, sin ampollas ni venas, y que sus caras sean exactamente planas y bien bruñidas. A mas de esto, se han de cubrir los bordes del prisma y de la lente pegándoles un papel negro á fin de impedir toda refraccion irregular. Se ha de interceptar tambien con papel negro la parte de la luz del rayo solar introducido en el quarto, que no sirve para el esperimento; porque siendo reflectida esta luz inutil por todas partes en el aposento, se mezclaría con la imagen, y la pondría turbia.

La

* Quando graduo á Newton de varon grande, no llevo otra mira que la de tributar los debidos elogios á su bien merecida gloria, por haber dado muestras, mas que hombre ninguno, de talentos estraordinarios y portentosos para las ciencias matemáticas y físicas.

Fig. 271 *La luz homogenea es siempre refringida regularmente, sin que los rayos se dilaten, dividan ó esparramen; y no vemos confusamente por los cuerpos refringentes, los objetos que nos envian una luz heterogenea, sino por razon de la diversa refringibilidad de las diferentes especies de rayos.* Pruébanlo los esperimentos siguientes.

272 Esperimento VI. Hice que la imagen de luz homogenea de que hablé antes, diese en un pedazo de papel negro que tenia enmedio un agugero redondo de cerca de un quinto ó sexto de pulgada de diámetro, de modo que alguna parte de la luz pudiese pasar por el agugero del papel, mas allá del qual puse un prisma á fin de quebrantar la luz que por dicho agugero pasaba. Opuse perpendicularmente á esta luz homogenea un papel blanco, puesto á dos ó tres pies de distancia del prisma, la imagen no salió prolongada como en el primer esperimento, quando era formada por la luz compuesta del sol; pero me pareció, en quanto pude juzgarlo con la vista, perfectamente redonda, no teniendo mas de largo que de ancho. Esto prueba que dicha luz era refringida regularmente sin ninguna dilatacion de los rayos, y sirve de prueba ocular de la proposicion que antes probamos (252).

273 Pide tambien muchísimo cuidado este esperimento para salir bien, sin lo qual la imagen no es perfectamente redonda, es un poco prolongada, y está siempre terminada en sus estremos por algun flequecillo de colores distintos del suyo. Estas precauciones vienen á ser las mismas

mas que requiere el quinto esperimento (269). Es Fig.
preciso que el quarto esté perfectamente obscuro ; porque á no serlo, la luz que por él está esparcida, pasando en parte por el agugero de la tabla con el rayo homogeneo, y entrando tambien con él en el prisma, se resuelve allí, y añade por consiguiente á la imagen colores que sin esto no tuviera.

Requierese tambien para el buen éxito de este esperimento, que el rayo con el qual se hace, sea muy homogeneo y muy puro, porque si no lo es, se resuelve al atravesar el prisma, y dá una imagen en cuyo borde se ven diferentes colores.

Es, pues, preciso que el prisma que hubiese separado este rayo de los demas, sea de un vidrio muy limpio, y que sus lados sean muy planos y lisos, á fin de impedir toda refraccion irregular, y sea el rayo lo mas homogeneo que sea posible.

274 Esperimento VII. Despues de haber recibido un manojo de rayos homogeneos en un círculo de papel de un quarto de pulgada de diámetro, y un manojo de rayos del sol sin quebrantar, blanco y heterogeneo, en otro círculo de igual diámetro, me aparté algunos pies de dichos círculos, y despues los miré por un prisma. El círculo iluminado por la luz compuesta del sol pareció muy prolongado, como en el segundo esperimento, siendo su longitud muchos tantos mayor que su latitud, pero el otro círculo iluminado de una luz homogenea, guardó su figura y pa-

Fig. pareció distintamente terminado del mismo modo que quando se les miraba con los ojos solos.

275 Esperimento VIII. Puse moscas y otros obgetos pequeños á una luz homogenea, y mirándolos por un prisma, ví sus partes señaladas tan distintamente como si los hubiera mirado solo con los ojos. Pero mirando tambien por un prisma los mismos obgetos alumbrados de la luz del sol, los ví terminados muy confusamente, de modo que no podia distinguir sus partes pepueñas. Presenté tambien letra de molde muy menuda á una luz homogenea, y despues á una luz compuesta; y mirándola por un prisma, me pareció tan confusa en el último caso, que no me fue posible leerla, siendo así que en el primero la vía bastantemente distinta para leerla con mucha facilidad, y aun me pareció que la vía tan distinta como si la mirara solo con los ojos. En ambos casos miré los mismos obgetos en la misma situacion, por el mismo prisma, y á la misma distancia; no habia mas diferencia que la de la luz que daba en ellos, la qual en el un caso era simple, y en el otro compuesta; por consiguiente no hay duda en que la distincion de la vision en el primer caso, y su confusion en el segundo provenia de la diferencia de las luces que habian alumbrado succesivamente los mismos obgetos. Esta es otra prueba de la proposicion (271).

276 Es muy digno de notarse que en estos tres esperimentos la refraccion jamás ha causado ninguna mudanza, ni alteracion en el color de la luz homogenea. Pero hay

hay todavía mas, y es que estos colores que las refracciones no pudieron mudar, tampoco los mudaron las reflexiones. Porque todo cuerpo blanco, pardo, colorado, amarillo, verde, azul, violaceo, como el papel, las cenizas, la mina de plomo colorado, el oropimente, el añil, las violas, las ampollas de agua matizadas de varios colores, plumas de pavo real, el tinte de palo nefrítico &c. todo esto presentado á una luz homogenea colorada parecia enteramente colorado; á una luz azul, enteramente azul; á una luz verde, enteramente verde, y así de los demás colores. Todos estos cuerpos estando dentro de una luz homogenea, qualquiera que fuese su color, parecian totalmente del mismo color. No se reparaba mas diferencia sino que algunos reflectian con mas fuerza dicha luz, y otros con menos, pero hasta ahora no he hallado cuerpo alguno que, reflectiendo una luz homogenea, pudiese mudar sensiblemente su color. Fig.

De todo esto resulta con evidencia, que si la luz del sol no constase mas que de sola una especie de rayos, no habría en el mundo mas que un color; que no sería posible hacer otro color nuevo, sea por refraccion ó reflexion, y que por consiguiente la diferencia de los colores pende de componerse la luz de rayos de colores diferentes.

277 La imagen *pt* formada por los rayos separados en el esperimento quinto, contando desde su estremo *p* teñido de los rayos los mas refringibles, hasta su otro estremo *t* donde daban los menos refringibles, contenia los colores

si-

Fig. siguientes por este orden, violaceo, añil, azul, verde, amarillo, anaranjado, colorado con una infinidad de medias tintas entre ellos; de suerte que se vían tantos colores diferentes, quantas eran las especies de rayos de distintas refringibilidades. Y como ni la refraccion ni la reflexion causan mudanza alguna en dichos colores, se sigue que toda luz homogenea tiene su color propio, que corresponde á su grado de refringibilidad.

278 Cada rayo homogeneo considerado separadamente, sigue en su refraccion una sola y misma ley, por manera que su seno de incidencia tiene con su seno de refraccion una razon invariable; quiero decir, que hay respecto de cada rayo coloreado una razon de refraccion que discrepa de las demás, y no pertenece mas que á él. Antes que manifestemos como Newton ha averiguado con esperimentos los números que espresan esta razon, daremos el método por el qual determina la razon de refringibilidad de los rayos de una refringibilidad media, esto es, de los que dán en medio de la imagen. Hemos prevenido (251) que quando el ege del prisma es perpendicular al manojo de los rayos solares, y la refraccion los lleva arriba, volviendo poco á poco el prisma al rededor de su ege, la imagen coloreada del sol estampada en la pared ó en un papel, baja primero y despues sube; y que si se asegura el prisma en la posicion en que se halla quando dicha imagen es estacionaria, esto es, quando se para entre la bajada y la subida, los rayos padecen al salir del prisma,

re-

refracciones iguales á las que padecen al introducirse en él. Fig.

Porque mientras la imagen baja, es evidente que la suma de estas dos refracciones disminuye continuamente, y despues crece mientras sube; hay, pues, dos situaciones del prisma, la una antes que la imagen sea estacionaria, la otra despues, en las quales la suma de las refracciones en sus lados es la misma, con lo qual la imagen dá en el mismo sitio de la pared. El rayo *DE* en la primera 265.
de estas dos posiciones, y el rayo $d'e'$ en la segunda, que 266.
atraviesan el ángulo refringente del prisma, están igualmente inclinados á sus lados *AB*, *BC*, bien que ácia direcciones encontradas; quiero decir, que los triángulos *BDE*, $Be'd'$ son semejantes. Porque suponiendo que esto sea así, y que los rayos vayan ácia uno y otro lado, por las rectas *DE*, $d'e'$, las refracciones que padecen al salir en *D* y e', son iguales, del mismo modo que las que padecen al salir en *E* y d', y por consiguiente la suma de las refracciones desiguales en *D* y *E* es igual á la de las refracciones que se hacen en d' y e'; y por esta razon la imagen queda estampada en el mismo sitio de la pared en ambas posiciones espresadas del prisma. Pero la esperiencia enseña que á medida que dicho sitio se acerca mas á aquel donde la imagen es estacionaria, dichas dos posiciones del prisma se arriman mas á aquella donde está quando la imagen está entre el subir y el bajar. Así los ángulos de los 267.
lados *DE*, $d'e'$ de los triángulos semejantes *BDE*, $Be'd'$ se arriman al mismo tiempo por grados á la igualdad, y son

por

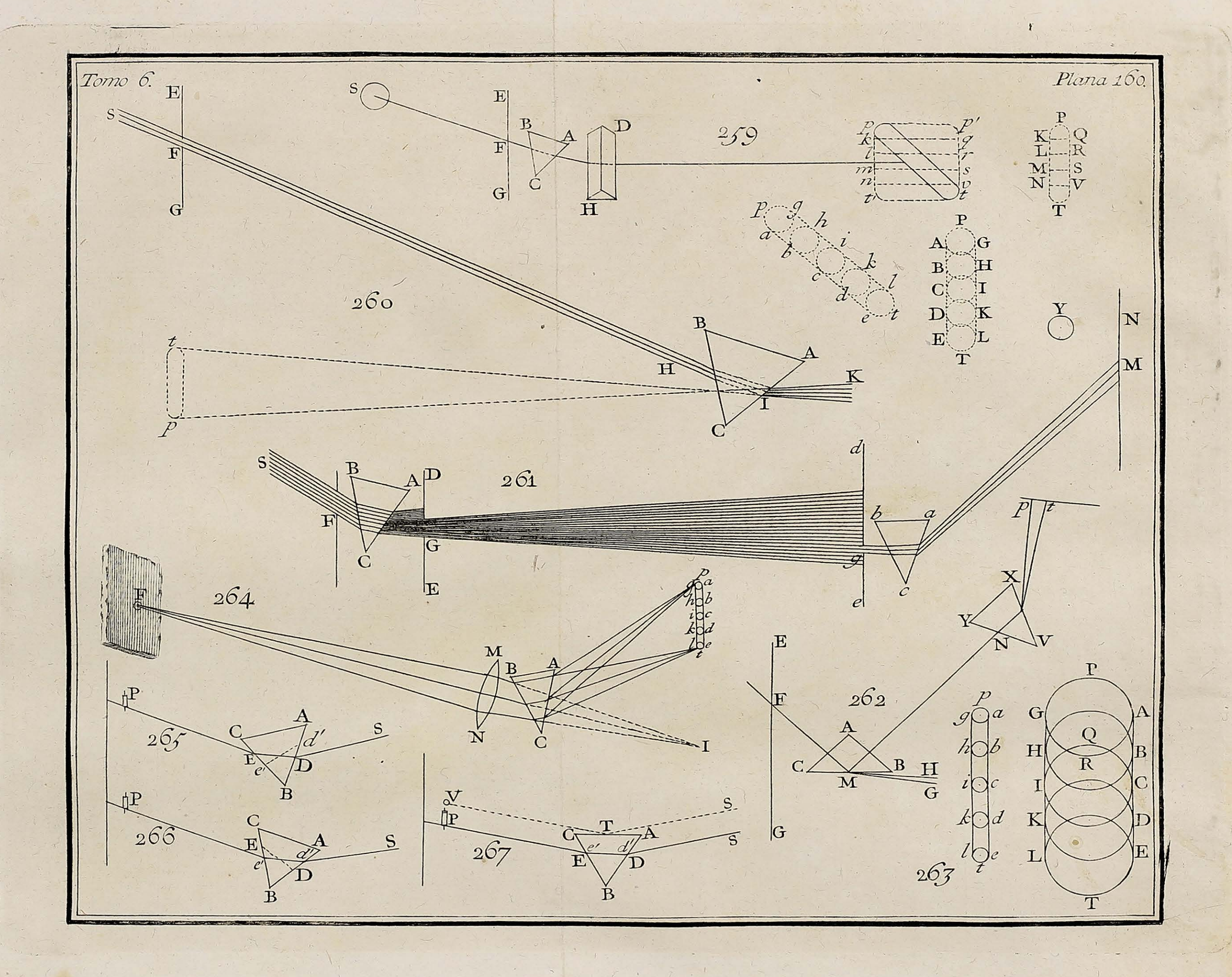
Fig. por fin iguales quando la imagen es estacionaria ; y por consiguiente las refracciones en *D* y *E* son entonces iguales ; de modo que suponiendo el prisma isósceles, el rayo refracto *DE* es paralelo á su base *AC*.

279 En esta situacion del prisma que dá la imagen estacionaria, el ángulo de refraccion de un rayo, al entrar en el prisma, es igual á la mitad del ángulo refringente *ABC*.

268. Porque si tiramos *LDK* perpendicular á *AB*, y *BQ* perpendicular á la base *DE* del triángulo isósceles *DBE*, que dividirá por lo mismo en dos partes iguales el ángulo vertical *B* de dicho triángulo ; es evidente que el ángulo de refraccion *QDK* será igual á la mitad *QBD* del ángulo refringente del prisma.

280 Pero este ángulo refringente se puede medir fácilmente por medio de dos reglas (haciendo que formen un ángulo) puestas encima de una mesa muy lisa, de modo que no descanse sino parte de ellas sobre la mesa, y mudando el ángulo que forman las dos reglas, hasta que coincidan
269. con los lados del ángulo refringente del prisma puesto entre ellas. Porque trazando entonces sobre la mesa el ángulo que forman, se sabrá el valor del ángulo refringente, conforme se puede ver en la figura donde *ab* y *cd* son las reglas, y el prisma es *e*.

268. 281 Estando dispuesto el prisma como antes, para averiguar el ángulo de incidencia *SDL*, se medirán con un quadrante de círculo los ángulos que forman el rayo inciden-



Tomo 6.
Plana 160.
259
260
261
262
263
264
265
266
267

dente *SD*, y el rayo emergente *EP* con el orizonte; la mitad de su suma añadida al ángulo de refraccion *EDK* hallado yá, dará el ángulo de incidencia *SDL*. Fig.

Porque prolóngando dichos rayos hasta que encuentren en *M* y *N* una orizontal qualquiera *MN*, despues de cruzarse en *I*; los ángulos en *M* y *N* serán los ángulos que dichos rayos formarán con el orizonte. Y como estos dos ángulos juntos son iguales al ángulo esterior *MIE*, que es igual á los dos ángulos interiores juntos del triángulo *IDE*; la mitad de la suma de los ángulos que los dos rayos forman con el orizonte, es igual al uno de dichos ángulos iguales *IED*, *IDE*; pero el ángulo *IDE* añadido al ángulo de refraccion *EDK*, dá el ángulo de incidencia *IDK* ó *SDL*; luego &c.

282 Si el sol está bastante alto para que el rayo emergente *EP* llegue á ser paralelo al orizonte, entonces el ángulo en *N* se desaparecerá; y si el sol subiere aun mas arriba, el rayo emergente se inclinará ácia abajo, y el ángulo en *N* será entonces negativo; por lo qual, para hallar en este último caso el ángulo de incidencia, se le deberá añadir á la mitad del ángulo refringente del prisma, la mitad de la diferencia de los ángulos que formaren los dos rayos con el orizonte.

283 Pondremos aquí una aplicacion que Newton trahe de este método; tratábase de determinar la refraccion media al paso de los rayos desde el ayre al vidrio. El ángulo refringente del prisma con que operaba, era de 62°

Fig. 30'; la mitad de este ángulo, que es 31° 15' es el ángulo de refraccion en el prisma, cuyo seno es 5188, siendo el radio 10000. Siendo el ege del prisma paralelo al orizonte, y siendo estacionaria la imagen del sol en la pared, observó con un quadrante de círculo el ángulo que los rayos de una refringibilidad media, quiero decir, aquellos que daban en medio de la imagen coloreada, formaban con el orizonte, añadiendo despues este ángulo á la altura del sol observada al mismo tiempo, halló que el ángulo *PIM* que formaban los rayos incidentes y emergentes, era de 44° 40', cuya mitad 22° 20', añadida al ángulo de refraccion 31° 15', dá 53° 35' para el ángulo de incidencia, cuyo seno es 8047; y la razon entre estos senos en números redondos es de 20 á 31. Es evidente que al pasar los rayos desde el vidrio al ayre, la razon de 31 á 20 dá la del seno de incidencia al de refraccion respecto de los mismos rayos de refringibilidad media.

284 La excelencia de este método es muy patente. No pide mas instrumentos que un quadrante de círculo y un prisma. Siendo dupla la refraccion del rayo, el error que se puede cometer en la práctica, no puede ser mas que la mitad de lo que sería si fuese simple la refraccion. A mas de esto, es muy facil colocar el prisma en la situacion necesaria; y aun quando no se consiguiera plenamente, con tal que faltase poco, el lugar de la imagen, ó la suma de las dos refracciones, no por esto dejaría de ser la misma; como es facil verificarlo con hacer la prueba, y es evidente por otra parte, pues la

su-

suma de las refracciones es entonces la menor de todas. Porque se sabe, y se puede inferir de lo dicho (III. 398 &c.) que las variaciones de las cantidades engendradas por el movimiento, son generalmente insensibles quando dichas cantidades llegan á ser las mayores ó menores posibles. Fig.

285 Veamos ahora como Newton halló la razon de refraccion de los rayos mas y menos refringibles al pasar del vidrio al ayre. De la longitud $9\frac{3}{4}$ ó 10 pulgadas de la imagen del sol, que el prisma de que hemos hablado le habia dado á la distancia de unos 18 pies y medio, restó la latitud de dicha imagen que cogía $2\frac{1}{8}$ pulgadas, á fin de sacar la longitud que la imagen tendria si el sol no fuese mas que un punto, cuya longitud se quedó por consiguiente en $7\frac{3}{4}$ pulgadas, al poco mas ó menos; claro está que esta longitud es la subtensa del ángulo que los rayos los mas refringibles, y los que lo son menos, forman al salir del prisma, despues de haberse introducido en él, siguiendo las mismas lineas. Este ángulo es, pues, de $2^{\circ}\ 0'\ 7''$ siendo de $18\frac{1}{2}$ pies la distancia desde la imagen al sitio del prisma donde se forma este ángulo. Pero la mitad de este ángulo es el que dichos rayos forman con los rayos de una refringibilidad media al salir del prisma; y la quarta parte de este ángulo, esto es, $30'\ 2''$ dá el ángulo que formarian los rayos emergentes de menor y mayor refringibilidad, con los mismos rayos emergentes de refringibilidad media, si coincidieran con ellos en el prisma, y si no padeciesen mas refraccion que al salir de dicho prisma.

Fig. ma. Porque si en virtud de las dos refracciones iguales que padecen los rayos, la una al entrar y la otra al salir del prisma, el rayo el mas refringible y el menos refringible, forman con el rayo de media refringibilidad, á su salida, un ángulo que sea la mitad de 2° 0′ 7″, síguese que en virtud de una sola refraccion, el rayo mas refringible y el que lo es menos, formarán á su emergencia, con el rayo de refríngibilidad media, un ángulo que será con corta diferencia la quarta parte de 2° 0′ 7″, y esta quarta parte añadida al ángulo de refraccion de los rayos de refringibilidad media, que hemos hallado de 53° 35′, y restado despues del mismo ángulo, dá el ángulo de refraccion de los rayos los mas refringibles de 54° 5′ 2″, y el de los menos refringibles de 53° 4′ 58″, cuyos senos son 8099 y 7995, siendo el ángulo comun de incidencia de 31° 15′, cuyo seno es 5188. Estos son en números redondos los mas chicos, como 78, 77 y 50.

286 Newton buscó despues la razon de refraccion de los demás rayos, y la sacó de una propiedad muy estraña de la imagen. Por medio de medidas exactas y repetidas averiguó que los espacios coloreados de la imagen eran de una estension igual y proporcional á las diferencias que dejan entre sí las divisiones de un monocordio
270. que dá las notas de la octava *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, *ut*, *re*; quiero decir, que si por los límites de los colores de la imagen se tiran lineas transversales y perpendiculares á los lados rectilineos *MG*, *FA*, las dividirán del mismo mo-

modo que está dividida una cuerda de música, que diese Fig.
á mas del son principal, el tono inmediatamente mas alto, la tercera menor, la quarta, la quinta, la sexta mayor, la séptima menor, y la octava; por manera, que prolongando MG en X, haciendo $MX = MG$, si se toman GX, nX, kX, fX, eX, cX, aX, MX en la razon de los números $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$; ó si se quiere, suponiendo GX de 720 partes, en la razon de estos 720, 640, 600, 540, 480, 432, 405, 360, los intervalos Ma, ac, ce, ef, fk, kn, nG serán los espacios ocupados por los colores de la imagen, el colorado, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violado.

Pero como estos espacios ó intervalos subtenden, dice Newton, las diferencias de las refracciones de los rayos que ván hasta los límites de dichos colores, se pueden considerar, sin recelo de error substancial, como proporcionales á las diferencias de los senos de refraccion de dichos rayos, que tienen un seno comun de incidencia; y pues el seno comun de incidencia de los rayos de mayor y menor refringibilidad, al paso del vidrio al ayre, es al seno de refraccion de dichos rayos, como 50 á 78 y 77 (285), para hallar los senos de refraccion de las demás especies, todo se reducirá á dividir la diferencia de los senos de refraccion 77 y 78 en la misma razon que GM, y tendremos $77, 77\frac{1}{8}, 77\frac{1}{5}, 77\frac{1}{3}, 77\frac{1}{2}, 77\frac{2}{3}, 77\frac{7}{9}, 78$, para los senos de refraccion de los demás rayos de diferentes refringibilidades, que pasan del vidrio al ayre, sien-

Fig. siendo 5 o su seno comun de incidencia.

287 Se pueden formar artificialmente colores que á la vista parecerán semejantes á los de las luces homogeneas, pero no en quanto á la inmutabilidad del color, y á la constitucion real de la luz. Estos colores son menos vivos y fuertes á proporcion de lo que son mas compuestos; pueden tambien ser por esto tan debilitados, que desaparezcan enteramente, volviéndose la mezcla blanca ó *grisa*. Se pueden hacer tambien colores compuestos que discrepen mas ó menos de los colores de las luces homogeneas. Porque una mezcla de colorado y amarillo homogeneos produce un amarillo anaranjado, parecido á la vista al anaranjado que en la serie de los colores prismáticos se vé entre el colorado y amarillo; pero respecto de la refringibilidad, la luz de este último anaranjado es homogenea, y la del otro es heterogenea; el color del uno mirado por el prisma no muda, siendo así que el del otro muda, y se resuelve en los colores de cuya mezcla se compone, esto es en colorado y amarillo. Tambien se pueden hacer con los colores homogeneos que se siguen, nuevos colores parecidos á los colores homogeneos intermedios; así, de la mezcla del amarillo y verde resulta el color medio entre los dos; y si á este color se le añade azul, se sacará un verde que será un medio entre los tres colores que entran en su composicion. Si á este verde ficticio se le añade un poco de colorado y violaceo, se quedará todavia verde, pero será menos vivo y fuerte ó cargado; y si se le añadiere mayor

yor cantidad de colorado y violaceo, el verde será siempre Fig.
mas debil, hasta que por la superioridad de los colores añadidos esté como apagado, y se mude en blanco ú en otro color. Asimismo, si á una luz homogenea qualquiera se le añade la luz ordinaria del sol, que se compone de rayos de todas las especies, dicho color no desaparecerá, ni mudará de especie, pero será mas debil, y se debilitará tanto mas quanto mas cantidad de luz solar se le introdugere. Finalmente, si se mezcla en diferentes proporciones el colorado con el violaceo resultarán diferentes colores purpureos, que á la vista jamas se parecerán al color de ninguna luz homogenea, y es evidente, que si con estos colores se mezcla amarillo y blanco, resultarán nuevos colores.

288 *Con colores se puede componer el blanco y todos los colores grises entre el blanco y el negro; y la luz blanca del sol se compone de todos los colores primitivos mezclados con debida proporcion.*

289 Esperimento IX. Recíbase la imagen solar *PT* 271.
en una lente *MN* de seis ú ocho pies de focus, cuya latitud pase de quatro pulgadas, que esté como unos seis pies apartada del prisma *ABC*; dicha lente hará que sea convergente la luz coloreada que sale divergente del prisma, y la juntará en su focus *G*, donde se colocará perpendicularmente á dicha luz un papel blanco *DE* para recibirla. Si se arrima este papel á la lente, y despues se aparta, se verá que cerca de la lente como en *de*, la imagen *pt* en el papel tendrá sus colores muy fuertes; que apartan-

 do

Fig. do despues el papel de la lente, estos colores se arrimarán continuamente; y que llegando entonces á mezclarse mas y mas, se irán debilitando mutuamente sin cesar, hasta que el papel llegue al focus *G*, donde estando perfectamente mezclados, desaparecerán enteramente, y se convertirán en una luz blanca, pintándose entonces toda la luz en el papel como un circulillo blanco. Si se vá apartando mas el papel de la lente, los rayos que antes convergían se cruzarán en el focus *G*, desde el qual irán divergiendo, y manifestarán los mismos colores puestos al revés; por manera que fijando el papel, pongo por caso en $d'e'$, el colorado t que antes estaba abajo, estará entonces arriba, y el violaceo p, que antes estaba arriba, estará abajo.

Volvamos á poner el papel en el focus *G*, donde la luz parece enteramente blanca y circular; y consideremos su blancura. Esta blancura se compone de los colores que pertenecen á los rayos convergentes.

Porque si estorvamos que alguno ó muchos de estos rayos pasen por la lente, la luz dejará en el instante de ser blanca, y tomará el color que resulta de la mezcla de los colores no interceptados. Si despues se dejan pasar los colores interceptados, combinados estos otra vez con dicho color compuesto, volverán á producir con su mezcla el color blanco. Así, si los colores interceptados fueren el violaceo, verde y azul, los restantes, es á saber, el amarillo, anaranjado, colorado &c. pintarán en el papel una especie de anaranjado; si despues se dejan pasar los colo-

res

res interceptados, se juntarán con este anaranjado compuesto, y mezclados con él volverán á dar el color blanco. Si se interceptase el colorado y violaceo, los demás colores, es á saber, el amarillo, verde, azul &c. pintarán en el papel una especie de verde; dégese pasar despues el colorado y violaceo, se mezclarán con este verde artificial, y volverá á parecer el color blanco. Pero en esta composicion de que resulta el blanco, los rayos de diferente especie no padecen mudanza alguna en sus calidades *coloríficas* obrando uno en otro; no hacen mas que mezclarse, y de su mezcla resulta el color blanco. Todo esto se hará mas patente con lo que vamos á añadir. Fig.

Si despues de puesto el papel mas allá del focus *G* como en *d′e′*, interceptamos y dejamos pasar alternativamente el colorado, el violaceo que quedare en el papel no padecerá mudanza alguna. Sin embargo, debería padecerla, si las diferentes especies de rayos obrasen unas en otras en el focus *G* donde dichos rayos se cruzan. Lo mismo sucederá con el colorado que está en el papel; si negamos y damos succesivamente paso al violaceo, el colorado no padecerá por esto mudanza alguna.

Si despues de vuelto el papel al focus *G*, miramos por el prisma *HIK* la imagen blanca circular pintada en *G*, esta imagen trasladada á *ru* por la refraccion del prisma, parecerá pintada de varios colores, es á saber, de violaceo en *v*, de colorado en *r*, y de los demás colores intermedios; si se le niega y se le permite alternadamente muchas

Fig. chas veces al colorado el paso por la lente, se le verá desaparecer y volver á parecer en *r* otras tantas veces; pero el violaceo en *v* se mantendrá siempre el mismo. Si se intercepta el azul quando está para entrar en la lente, y se le deja pasar alternativamente, el azul en *v* desaparecerá y volverá á parecer otras tantas veces, sin que por esto se repare mudanza alguna en el colorado que está en *r*. Luego el colorado se forma de rayos de cierta especie, y el azul de rayos de otra; y estos rayos no obran unos en otros en el focus *G*; y lo propio se debe decir de los demás.

A mas de esto, consideré que si despues de conseguir que fuesen convergentes, y por consiguiente inclinados unos á otros, los rayos mas refringibles *Pp*, y los menos refringibles *Tt*, se pusiese en el focus *G* el papel muy oblicuamente respecto de dichos rayos, podria reflectir una de estas dos especies de rayos con mas abundancia que otra, y que mediante esto la luz refleja podria estar pintada, en el focus, del color de los rayos cuyas especies predominasen, con tal que dichos rayos conservasen todos sus colores ó calidades colorificas en el blanco compuesto que forman en dicho focus. Porque si no las conservasen, y cada especie de rayos en particular contragere alli una disposicion á proposito para excitar en nosotros la sensacion del blanco, dichas especies de reflexiones no podrian hacerles perder su blancura. Incliné, pues, muy oblicuamente el papel á los rayos, conforme se vé en $2d' 2e'$, á fin de que los rayos mas refringibles *Pp*, dando en el papel mas directa-

tamente que los otros, pudiesen ser reflectidos en mayor Fig.
cantidad; y muy presto el blanco se transformó succesivamente en azul, añil y violado. Despues incliné el papel al lado opuesto, conforme se vé en *2D2E*, á fin de que los rayos menos refringibles *Tt* dando con menos oblicuidad fuesen mas en número que los otros en la luz refleja, y desapareció el blanco al qual succedieron el amarillo, anaranjado y colorado.

Finalmente, imaginé un instrumento *XY* á modo de peyne, compuesto de diez y seis puas anchas como de pulgada y media, y distantes una de otra dos pulgadas, poco mas ó menos. Colocando succesivamente las puas de este instrumento delante de la lente, intercepté parte de los colores por medio de la pua interpuesta, y los demás colores que podian pasar por los intervalos que separaban dicha pua de las inmediatas, iban á dar en el papel *DE* donde formaban una imagen redonda del sol. Tuve cuidado de poner al principio el papel de modo que la imagen pudiese parecer blanca todas las veces que se quitase el peyne; pero como con la interposicion de las puas del peyne, parte de los rayos de cuya reunion pendia la blancura de la imagen, era interceptada, la imagen perdia su blancura, y tomaba siempre un color compuesto de los que no eran interceptados; y este color variaba continuamente con el movimiento que le daba al peyne; de manera que pasando succesivamente cada pua por delante de la lente, se veía siempre el colorado, amarillo, verde, azul,

Fig. y purpureo succederse unos á otros. Hice pasar succesivamente todas las puas por delante de la lente, y quando pasaban despacio se reparaba en el papel una succesion continua de colores. Pero quando las hacia pasar con bastante rapidez para que los colores se succediesen unos á otros con sobrada prontitud para poderlos distinguir uno de otro, cada uno de ellos desaparecia enteramente. No se veía mas, ni colorado, ni amarillo, ni verde, ni azul, ni purpureo; de la mezcla de todos estos colores no resultaba sino uno solo, que era de una blancura uniforme; y sin embargo no habia parte ninguna en la luz que la mezcla de los colores ponia blanca, que lo fuese realmente; una parte era colorada, otra amarilla, otra verde, otra azul, y otra purpurea; por manera que cada parte guarda el color que la es propio, hasta que vaya á hacer su impresion en el *sensorio*.* Si las impresiones se hacen con bastante lentitud para poderlas percibir separadamente, todos los colores causan otras tantas sensaciones distintas que se succeden como ellos. Si al contrario estas impresiones se hacen unas despues de otras con sobrada prontitud para poderse percibir cada una separadamente, resulta de todas estas sensaciones una sensacion comun, que no es la de ningun color en particular, y participa de todas indistintamente; esta sensacion es una sensacion de blanco. Una succesion pre-

* Llamamos *Sensorio* aquella parte del celebro donde han de llegar las impresiones que se hacen en nuestro cuerpo, para que en virtud de ellas, como causa ocasional, Dios produzca sensaciones en el alma.

precipitada y rápida hace que las impresiones de los diferentes colores se confunden en el sensorio, de cuya confusion resulta una sensacion mixta. Si se mueve circularmente y muy aprisa una ascua de lumbre, se vé un círculo que parece todo de fuego, porque la sensacion que causa el ascua en los diferentes puntos del círculo que anda, se conserva en el sensorio hasta que vuelve el ascua al punto donde se hallaba quando hizo su impresion. Así, quando los colores se succeden con demasiada rapidez, la impresion de cada uno de ellos subsiste en el sensorio, hasta que todos hayan hecho su impresion, y vuelva el primer color, de suerte que las impresiones de todos los colores, que vienen unos tras otros con tanta prontitud, se hallan todas á un tiempo en el sensorio, y juntas causan en él una sensacion única que resulta de la de todos dichos colores. Prueba, pues, con evidencia este esperimento, que mezclándose, y como confundiéndose las impresiones de todos los colores, despiertan una sensacion del blanco; quiero decir, que el blanco se compone de la mezcla de todos los colores. Fig.

290 Esperimento X. Hasta aquí, dice Newton, he hecho blanco con la mezcla de los colores prismáticos; ahora para averiguar lo que resultaría de la mezcla de los colores de los cuerpos naturales, tómese agua de jabon, y meneese hasta que esté hecha espuma; si despues que esta espuma hubiese descansado un rato, se mira con atencion, se verán por todas partes diferentes colores en la superficie de las diferentes ampollas de que se compone; pero

sí

Fig. si nos apartamos bastante hasta que no se puedan distinguir uno de otro dichos colores, toda la espuma parecerá de una blancura perfecta.

291 Esperimento XI. Tambien he intentado hacer blanco mezclando juntos los polvos coloreados, que gastan los Pintores, y he visto que todos los polvos coloreados sorben y apagan una parte considerable de la luz que les alumbra. Porque llegan á ser coloreados por razon de que reflecten la luz de su propio color en mayor cantidad, y la de los otros colores en menor cantidad; sin embargo, no reflecten la luz de su propio color con la misma abundancia que los cuerpos blancos. Si, por egemplo. se pone mina de plomo colorado, y un papel blanco á la luz colorada de la imagen coloreada formada en un quarto muy cerrado, por la refraccion del prisma, como en el quinto esperimento (269), el papel parecerá mas luminoso que la mina, y por consiguiente reflecte los rayos colorados con mas abundancia que ella. Si se les pone á la luz de otro color, la cantidad de luz que el papel reflectiere, será mucho mayor que la que reflectiere la mina de plomo; lo propio digo de los polvos de los demás colores. Por consiguiente, no tenemos que esperar que la mezcla de estos colores produzca un blanco claro y limpio, como el del papel, sino un blanco sombrío y obscuro, como el que puede producir una mezcla de luz y obscuridad, ó de blanco y negro, esto es una especie de gris ó moreno, pongo por caso del color de las uñas de los hombres, de

los

los ratones, de las cenizas, de las piedras comunes &c. He hecho muchas veces esta especie de blanco obscuro, mezclando polvos coloreados. Así, una parte de mina de plomo colorada combinada con cinco partes de cardenillo, me dió un color parecido al de los ratones. Porque estos dos colores, considerados separadamente, se componian de tal manera de los demás, que de su union resultaba una mezcla de todos los colores. Gasté menos mina de plomo que cardenillo; porque el color de la mina de plomo tiene mas resplandor que el del cardenillo. Con una parte de mina de plomo, y quatro partes de ceniza azul hice un color moreno, que tiraba un poco á purpureo; habiendo añadido una mezcla de oropimente y cardenillo, en proporcion conveniente, dicho color perdió la tinta de purpura que tenia, y se puso de un moreno claro; pero el esperimento sale mucho mejor sin mina de plomo, haciéndole de estotro modo. Añadí poco á poco al oropimente cierto color purpureo vivo, y resplandeciente que gastan los Pintores, hasta que el oropimente dejó de ser amarillo, y fue de un color colorado pálido; eché en la mezcla quanto cardenillo y azul era menester, para que llegase á ser de un gris ó blanco pálido, tal que no se arrimase mas al uno de estos colores que al otro; dicho gris ó blanco salió parecido al de las cenizas, ó de la madera recien cortada, ó del cutis humano. Como el oropimente reflectía mas luz que ninguno de los demás polvos, contribuía mas que los otros para la blancura del color compuesto; es de prevenir Fig.

Fig. nir que como los polvos de una misma especie no son siempre igualmente buenos, es muy dificil determinar en que proporcion se han de mezclar. Se percibe no obstante que se ha de aumentar ó disminuir la dosis, segun fueren los polvos de un color mas ó menos obscuro, mas ó menos vivo.

Pero como dichos colores grises ó morenos se pueden hacer con una mezcla de blanco y negro, y no se distinguen del blanco perfecto sino en el grado de claridad, y no en la especie del color; es evidente que para que salgan perfectamente blancos, basta aumentar suficientemente su resplandor; y al contrario, si con aumentar su resplandor se pueden hacer perfectamente blancos, se podrá tambien inferir que son de una misma especie, en quanto al color, que los blancos mas perfectos, y que no se distinguen de ellos sino en la cantidad de luz; para asegurarme de que es así con efecto, hice el esperimento siguiente. Tomé la tercera parte de la última mezcla de gris, compuesta, conforme he dicho, de oropimente, purpurea, azul y cardenillo, de la qual puse una capa bastante gruesa sobre el piso de mi quarto en un lugar bañado del sol que entraba por una ventana abierta, y puse á la sombra muy cerca de dicha capa un pedazo de papel de igual estension; despues me aparté doce ó diez y ocho pies, hasta que ya no podia distinguir las desigualdades de la superficie de los polvos, ni las sombritas que hacian sus partes mas gruesas; entonces me parecieron los polvos sumamente blancos; mas blancos aun que

el

el papel, particularmente quando procuraba que fuese mas espesa la sombra donde estaba el papel con interceptar la luz que reflectian las nubes; en cuyo caso el papel comparado con los polvos, parecia de un gris semejante al color que los polvos tenian antes. Pero poniendo el papel en un sitio donde dé el sol pasando por las vidrieras de una ventana, ó cerrando la ventana, para que el sol no dé en los polvos sino pasando por las vidrieras, ó aumentando ó disminuyendo por otro medio semejante, la luz que dá en los polvos y el papel, se puede hacer que la luz que ilumina los polvos, sea mas fuerte que la que dá en el papel, en la proporcion correspondiente para que los polvos y el papel parezcan exactamente de igual blancura. Pero si consideramos que la blancura de los polvos puestos al sol, se componia de los colores que cada uno de los polvos componentes tenia al sol, se ha de inferir de este esperimento, como del antecedente, que diferentes colores mezclados unos con otros pueden producir un blanco perfecto. Fig.

292 *Los colores de los cuerpos naturales provienen de que estos cuerpos reflecten cierta especie de rayos con mas copia que los de otra qualquiera especie.* El bermellon y cinabrio reflecten los rayos menos refringibles; esto es, los rayos colorados con mas abundancia, y esta es la causa de parecer coloradas dichas sustancias. Las violetas reflecten los rayos mas refringibles en mas cantidad, y de esto proviene su color. Lo mismo digo de los demás cuerpos; cada uno de ellos reflecte los rayos de su propio co-

Fig. lor en mas copia que los de otra qualquiera especie; por manera que la especie de rayos que predomina en la luz refleja, es la que dá el color á cada cuerpo.

293 Esperimento XII. Porque si se meten cuerpos de diferentes colores en las luces homogeneas que se sacan en el quinto esperimento, se hallará, como yo lo he hallado, que cada cuerpo tiene mas resplandor, y es mas luminoso en la luz que es de su color. El bermellon tiene mas resplandor quando está en un colorado homogeneo; pero en el verde tiene mucho menos, y todavia menos si se le pone en el azul. El añil puesto en un violaceo azul, tiene mas resplandor, y si se le aparta de dicho color haciendo que pase succesivamente por el verde, amarillo y colorado, su viveza mengua por grados. Una sustancia verde reflecte con mas fuerza el verde, despues el azul y amarillo que componen el verde; y los reflecte mas que los otros colores; es á saber, el colorado y violaceo. Pero para hacer que estos esperimentos sean mas sensibles, se deben escoger los cuerpos que tienen sus colores fuertes y vivos, y comparar dos de estos cuerpos de colores diferentes. Por egemplo, si se ponen juntos el cinabrio y el ultramar ú otro azul que tenga mucho resplandor, á una luz colorada homogenea, parecerán ambos colorados; pero el cinabrio será de un colorado muy vivo, y tendrá mucho resplandor, y el ultramar será de un colorado debil, sombrio y obscuro. Si se ponen juntos á una luz azul homogenea, ambos cuerpos parecerán azules, con la diferencia de que el ultramar

se-

será de un azul muy resplandeciente y vivo, y el cinabrio de un azul debil y sombrio. Esto manifiesta con evidencia que el cinabrio reflecte la luz colorada homogenea con mas abundancia que el ultramar; y que el ultramar reflecte la luz azul en mayor cantidad que el cinabrio. Este mismo esperimento sale igualmente bien con el bermellon y el añil, ó con otros dos cuerpos coloreados qualesquiera, con tal que se hagan las compensaciones que requiere la diferente viveza ó debilidad de sus colores. Fig.

No solamente la causa á la qual atribuyo los colores de los cuerpos naturales, es la verdadera, sino que es tambien la única que se pueda señalar; como lo confirma la consideracion de que el color de una luz homogenea no se puede mudar por la reflexion de los cuerpos naturales. Porque si los cuerpos no pueden ocasionar por reflexion mudanza alguna en el color de qualquiera rayo, sea el que fuere, dichos cuerpos no pueden parecer coloreados por otro medio sino porque reflecten los rayos que son de su color, ó los que con su mezcla le han de producir.

Por lo que mira á los licores coloreados transparentes, es de notar que su color varía con su grueso. Por egemplo, un licor colorado contenido en un vaso cónico puesto entre la vista y la luz, parece en el fondo del vaso donde tiene poco grueso, de un color amarillo pálido; un poco mas arriba, donde tiene un poco mas de grueso, es de un color anaranjado; mas arriba donde su grueso es todavia mayor, es colorado; finalmente donde su grueso es el mayor,

Fig. yor, el color colorado que le pinta es el mas fuerte y mas obscuro. Porque hemos de pensar que el licor de que hablamos detiene muy facilmente los rayos añil y violaceo, menos facilmente los verdes, y con mas dificultad los colorados; y que si el volumen de dicho licor no tiene mas que el grueso conveniente para poder detener un número suficiente de rayos violaceos y añil, sin disminuir mucho el número de los demas rayos, estotros rayos han de producir un amarillo pálido. Pero si el volumen del licor tiene bastante grueso para detener tambien un número considerable de rayos azules y algunos de los verdes, lo restante ha de formar un color anaranjado. Quando vá teniendo bastante grueso para detener tambien muchos rayos verdes, y un número considerable de rayos amarillos, los demas han de empezar á formar el color colorado, y este ha de ser siempre mas cargado y obscuro, á medida que por el aumento de su grueso, el licor detiene mayor copia de rayos amarillos y anaranjados; de suerte, que á excepcion de los rayos colorados, hay pocos que le puedan atravesar.

Si se mezclan uno con otro dos licores de colores subidos y cargados, el uno colorado, por egemplo, el otro azul, que tengan suficiente grueso cada uno, esto es que sean en suficiente cantidad para que su color sea bastante fuerte; bien que tomándolos separadamente sean bastante transparentes, su mezcla será no obstante opaca. Porque si el uno no deja pasar mas que los rayos colorados, y el otro

los

los rayos azules, no podrá pasar ninguno de ellos por su Fig. mezcla.

Por consiguiente, una vez que los cuerpos son coloreados porque reflecten ó dejan pasar una especie de rayos con mas abundancia que todos los demás, hemos de creer que detienen y apagan los rayos que no reflecten, ó no dejan pasar. Porque si entre el ojo y una luz se pone una hoja de oro, la luz parecerá de un azul verdoso; es, pues, preciso que los rayos azules tengan la libertad de entrar en lo interior del oro quando está en masa, donde, despues de inumerables reflexiones en sus poros, se apagan mientras reflecte esteriormente los rayos amarillos, por lo qual parece de este color. Y así como una hoja de oro es amarilla por una luz refleja, y azul por una luz que la penetra, del mismo modo tambien, con corta diferencia, ciertos licores, como la tintura de palo nefrítico, y algunas especies de vidrio, dejan pasar ciertas especies de rayos con mayor cantidad, y reflecten otras, y por esta razon parecen de diferentes colores, segun las diferentes situaciociones del ojo respecto de la luz. Un cuerpo transparente que por la luz que le penetra, parece de cierto color, puede parecer tambien del mismo color por la luz refleja, si la primera superficie de dicho cuerpo reflecte la luz del espresado color.

Fig.

Determinacion de las Aberraciones que ocasiona la diferente refringibilidad de los rayos de la luz, y de las que provienen de la figura esférica de las superficies refringentes y reflectentes.

294 Una vez que la luz conforme viene del cuerpo luminoso, es un cuerpo heterogeneo compuesto de rayos que con una misma incidencia tienen todos distinta refringibilidad, es consiguiente que un manojo de luz refringido por algun cuerpo ocupe en la superficie en que dá despues de la refraccion, un espacio de alguna estension. Por razon de la diferente refringibilidad de cada una de sus partes, se desvian estas unas de otras, y forman como una imagen ó mancha que por ser matizada de varios colores suele ser algo confusa. Este esparramamiento de los diferentes colores que componen un rayo luminoso, igualmente que el que procede de la figura esférica de las superficies refringentes y reflectentes, se llama la *Aberracion* de la luz, y la llamaremos *Aberracion óptica*, para distinguirla de otra especie de aberracion descubierta por un Ingles en este siglo, y que calificaremos de aberracion *Astronómica* al tiempo que la diéremos á conocer en los Elementos de Astronomía. La aberracion óptica es un punto digno de suma atencion por lo mucho que se opone á la perfeccion de algunos instrumentos cuya descripcion y usos traheremos mas adelante, y por lo mismo se nos hace indispensable declarar desde ahora lo que acerca de ella nos importa saber.

Sea,